

Tolerancia-intervallum

Konfidencia-intervallum: A sokaság paramétere (pl. a várható érték) milyen intervallumban van adott valószínűséggel?

Jóslási intervallum: Egy következő mérés milyen intervallumban lesz adott valószínűséggel?

Tolerancia-intervallum: a sokaság adott része milyen intervallumban van (adott biztonsággal)?

1

$P(x \leq x_U) = p$ A sokaság p része az X_U határt nem haladja meg

Ha μ és σ ismert: $X_U = \mu + z_{1-p}\sigma$

Pl. a sokaság elemeinek 95%-a 1.645σ alatt van, tehát a 95%-os felső tolerancia-határ 1.645σ .

A sokaság elemeinek 90%-a a $-1.645\sigma < x < 1.645\sigma$
intervallumban van, ezek a 90%-os kétoldali tolerancia-határok.

Ha μ és σ nem ismert, maga az intervallum is bizonytalan:

$$P[P(x \leq x_U) \geq p] = P[P(x \leq \bar{x} + ks) \geq p] = \gamma$$

γ biztonsággal állíthatjuk, hogy a sokaság elemeinek legalább p része X_U alatt van.

2

Annak valószínűsége, hogy a sokaság legalább p része az

$$x_U = \bar{x} + ks$$

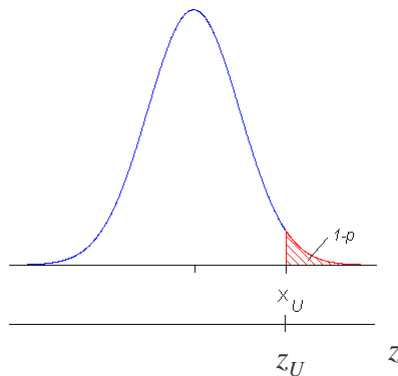
felső határ alatt legyen, γ .
 k értékét meg kell határozni.

$$z_U = \frac{x_U - \mu}{\sigma} = \frac{\bar{x} + ks - \mu}{\sigma}$$

$$P(z \geq z_U) \geq p \quad \text{ha} \quad z_U \geq z_{1-p}$$

$$P[z_U \geq z_{1-p}] = \gamma$$

$$P\left[\frac{x_U - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = P\left[\frac{\bar{x} + ks - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = \gamma$$



3

$$P\left[\frac{x_U - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = P\left[\frac{\bar{x} + ks - \mu}{\sigma} \geq z_{1-p}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} - z_{1-p} \geq -\frac{ks}{\sigma}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{1-p}\sqrt{n} \geq -\frac{ks}{\sigma/\sqrt{n}}\right] = \gamma$$

$$P\left[\frac{\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{1-p}\sqrt{n}}{s/\sigma} \geq -k\sqrt{n}\right] = \gamma$$

$$t_{nc}(\delta) = \frac{\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} + \delta}{s/\sigma}$$

$$\delta = -z_{1-p}\sqrt{n}$$

4

$$P \left[\frac{\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{1-p}\sqrt{n}}{s/\sigma} \geq -k\sqrt{n} \right] = \gamma$$

$$P \left[t_{nc}(n-1, -z_{1-p}\sqrt{n}) \geq -k\sqrt{n} \right] = \gamma$$

ekvivalens átalakítás:

$$P \left[t_{nc}(n-1, z_{1-p}\sqrt{n}) \leq k\sqrt{n} \right] = \gamma$$

$$k\sqrt{n} \quad \text{a} \quad t_{nc}(n-1, z_{1-p}\sqrt{n}) \quad \gamma \text{ kvantilise}$$

5

Példa a konfidencia-, jóslási és tolerancia-határ összevetésére

$n=10$, $\alpha=0.025$ egyoldali felső (ha n nő?)

konfidencia-határ: $t_{\alpha}s/\sqrt{n} = 2.262s/\sqrt{10} = 0.715s$

jóslási határ: $t_{\alpha}s\sqrt{\left(1+\frac{1}{n}\right)} = 2.262s\sqrt{\left(1+\frac{1}{10}\right)} = 2.372s$

tolerancia-határ ($\gamma=0.99$): $z_{0.025} = 1.96$ $z_{1-p}\sqrt{n} = z_{0.025}\sqrt{10} = 6.19$

$P \left[t_{nc}(n-1, z_{1-p}\sqrt{n}) \leq k\sqrt{n} \right] = \gamma$ $k = \frac{t_{nc}(9, 6.19)_{0.99}}{\sqrt{10}} = 4.35$
 $ks = 4.35s$

6

$\gamma=0.99$

$$k = \frac{t_{nc}(9,6.19)_{0.99}}{\sqrt{10}} = \frac{13.742}{\sqrt{10}} = 4.35$$

$$ks = 4.35s$$

$\gamma=0.95$

$$k = \frac{t_{nc}(9,6.19)_{0.95}}{\sqrt{10}} = \frac{10.747}{\sqrt{10}} = 3.39$$

$$ks = 3.39s$$

7

$$\Pr(\Pr(\bar{x} - Ks \leq X \leq \bar{x} + Ks) \geq 1 - \beta) \geq 1 - \alpha$$

CALCULATOR	
99.9997%	Confidence (1-alpha)
95.0%	Power (1-beta)
14.00	sample size
300.529	numerator
5.892	denominator
7.142	K-factor

$1 - \alpha$ mértékben vagyunk biztosak
 abban, hogy
 a sokaság legalább $1 - \beta$ része az
 intervallumban van

Please freely distribute and modify, but properly reference and maintain this contact information in the sheet.

<http://www.kevinotto.com/RSS/templates/Normal Distribution Tolerance Sample Size Calculator.xls>

Table of K-factors for various Reliability, Confidence, and Sample Sizes								
		Confidence						
		75%	80%	85%	90%	95%	99%	
Power of 99%	Sample Size	2	112.41	125.23	140.67	160.73	191.52	251.70
		3	13.25	14.76	16.58	18.95	22.57	29.67
		4	6.57	7.32	8.23	9.40	11.20	14.72
		5	4.62	5.15	5.79	6.61	7.88	10.35
		6	3.73	4.16	4.67	5.34	6.36	8.36
		8	2.90	3.23	3.63	4.15	4.94	6.49
		10	2.50	2.79	3.13	3.58	4.27	5.61
		12	2.27	2.53	2.84	3.25	3.87	5.09
		15	2.06	2.29	2.58	2.94	3.51	4.61
		20	1.86	2.07	2.33	2.66	3.17	4.16
		25	1.74	1.94	2.18	2.49	2.97	3.91
		50	1.51	1.68	1.89	2.16	2.58	3.39
		100	1.38	1.54	1.73	1.98	2.36	3.10
		250	1.29	1.43	1.61	1.84	2.19	2.88
		500	1.24	1.38	1.56	1.78	2.12	2.78
		1000	1.21	1.35	1.52	1.74	2.07	2.72
		infy	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58

Table of K-factors for various Reliability, Confidence, and Sample Sizes								
		Confidence						
		75%	80%	85%	90%	95%	99%	
Power of 95%	Sample Size	infy	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58
		2	22.47	25.03	28.12	32.13	38.28	50.31
		3	5.87	6.53	7.34	8.39	9.99	13.13
		4	3.76	4.18	4.70	5.37	6.40	8.41
		5	2.99	3.33	3.74	4.27	5.09	6.69
		6	2.60	2.89	3.25	3.71	4.42	5.81
		8	2.19	2.44	2.74	3.14	3.74	4.91
		10	1.98	2.21	2.48	2.84	3.38	4.44
		12	1.86	2.07	2.32	2.65	3.16	4.16
		15	1.73	1.93	2.17	2.48	2.95	3.88
		20	1.62	1.80	2.02	2.31	2.75	3.62
		25	1.54	1.72	1.93	2.21	2.63	3.46
		50	1.40	1.56	1.75	2.00	2.38	3.13
		100	1.31	1.46	1.64	1.87	2.23	2.93
		250	1.24	1.39	1.56	1.78	2.12	2.79
		500	1.22	1.35	1.52	1.74	2.07	2.72
		1000	1.20	1.33	1.50	1.71	2.04	2.68
	infy	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58	

Table of K-factors for various Reliability, Confidence, and Sample Sizes								
		Confidence						
		75%	80%	85%	90%	95%	99%	
Power of 90%	Sample Size	2	11.21	12.49	14.03	16.03	19.10	25.11
		3	4.09	4.56	5.12	5.85	6.97	9.16
		4	2.91	3.25	3.65	4.17	4.96	6.53
		5	2.44	2.72	3.06	3.49	4.16	5.47
		6	2.19	2.44	2.74	3.13	3.73	4.90
		8	1.92	2.14	2.40	2.74	3.27	4.29
		10	1.77	1.98	2.22	2.53	3.02	3.97
		12	1.68	1.87	2.10	2.40	2.86	3.76
		15	1.59	1.77	1.99	2.28	2.71	3.57
		20	1.51	1.68	1.88	2.15	2.56	3.37
		25	1.45	1.62	1.82	2.08	2.47	3.25
		50	1.34	1.49	1.68	1.92	2.28	3.00
		100	1.27	1.42	1.59	1.82	2.17	2.85
		250	1.22	1.36	1.53	1.75	2.09	2.74
		500	1.20	1.34	1.50	1.72	2.05	2.69
		1000	1.19	1.32	1.48	1.69	2.02	2.65
		infy	1.15	1.28	1.44	1.64	1.96	2.58