

# VEGYIPARI MŰVELETEK I. – SZÁMÍTÁSI GYAKORLATOK

## A.: HIDRODINAMIKAI MŰVELETEK

**A Vegyipari műveleti számítások I.**  
**(Műegyetemi Kiadó, 2003, 60861) egyetemi jegyzet**  
**alapján írta**

**Angyalné Dr. Koczka Katalin Zsuzsanna**

**Dr. Cséfalvay Edit**

**Dr. Deák András**

**Dr. Farkas Tivadar**

**Lakné Dr. Komka Kinga**

**Dr. Mika László Tamás**

**Dr. Székely Edit**

### Tartalomjegyzék

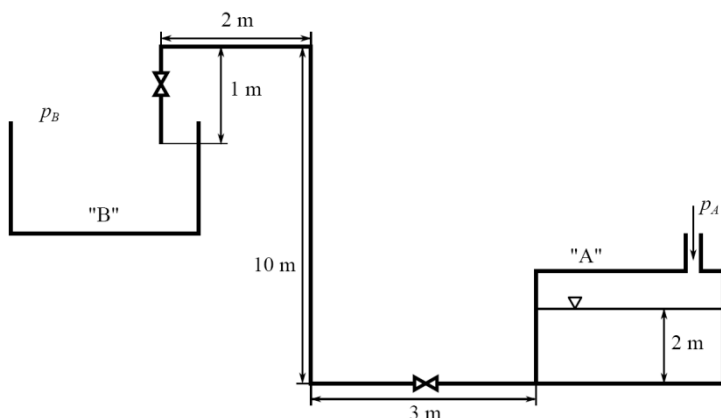
1. Feladatok .....	2
1.1. Áramlástan .....	2
1.2. Ülepítés .....	16
1.3. Fluidizáció.....	25
1.4. Szűrés .....	30
1.5. Keverés.....	34
2. Eredmények .....	36
2.1. Áramlástan .....	36
2.2. Ülepítés .....	37
2.3. Fluidizáció.....	38
2.4. Szűrés .....	39
2.5. Keverés.....	39

# 1. Feladatok

## 1.1. Áramlástan

### 1.1. feladat

Az „A” tartályból nyomás alkalmazásával juttatjuk fel a vizet a légkörre nyitott „B” tartályba 16/20 mm-es horganyzott vas csővezetéken. Az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető. Mekkora nyomást kell biztosítani az „A” tartályban a folyadék felszíne felett, hogy óránként  $0,724 \text{ m}^3$  folyadékot juttassunk föl a „B” tartályba? ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 1 \text{ mPas}$ )

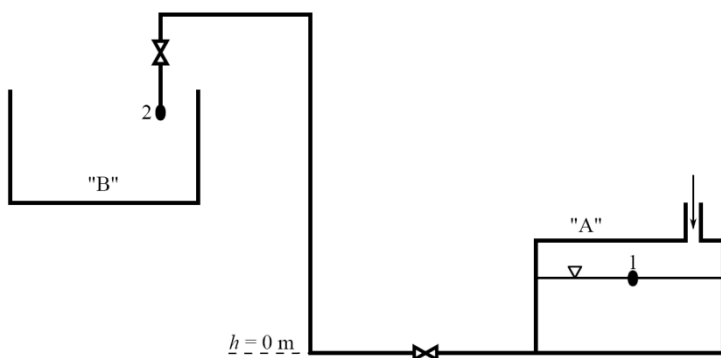


1.1. ábra 1.1. feladat

### Megoldás:

A feladat megoldásához fel kell írni a Bernoulli-egyenletet két pont között. Az 1. pontnak az „A” tartály folyadékfelszínét választjuk, a 2. pontnak a csővezeték végét.

Ezen kívül ki kell jelölni a  $h = 0 \text{ m}$  helyét a magasságok megadásához. Ezt célszerű a rendszer legalsó pontjára tenni, hogy elkerüljük a negatív magasságokkal való számolást.



1.2. ábra Bernoulli-egyenlethez szükséges pontok kijelölése az 1.1. feladatban

### Bernoulli-egyenlet

$$\frac{v_1^2}{2} + h_1 \quad g + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + h_2 \quad g + p_2 + f \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} \frac{v_2^2}{2}$$

Célunk az 1. pontban a nyomás,  $p_1$  meghatározása.

Magasságok

A magasságok az ábrán megadott méretek alapján  $h_1 = 2$  m és  $h_2 = 9$  m.

Folyadéksebességek

$v_1 = 0$  m/s, mert a feladat szövege szerint az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető. (Megjegyzés: Ezt a közelítést akkor is gyakran használjuk, ha az 1. pont egy nagy alapterületű tartály folyadékfelszínén van, a 2. pont pedig egy csővezetékben. Ebben az esetben a kontinuitás miatt a tartály folyadékfelszínének sebessége elhanyagolhatóan kicsi a folyadék sebességéhez a csővezetékben képest.)

A 2. pontban a sebesség a térfogatáram alapján számítható.

$$V = A v_2$$

$$v_2 = \frac{V}{A} = \frac{V}{\frac{D_{cső}^2}{4}} = \frac{0,724 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\frac{(0,016 \text{ m})^2}{4}} \cdot \frac{1}{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nyomás

A 2. pontban a nyomás légköri, azaz  $p_2 = 10^5$  Pa.

Csősúrlódási tényező

A csősúrlódási tényező meghatározásához először a Reynolds-számot kell kiszámítanunk.

$$Re = \frac{D v}{\nu} = \frac{0,016 \text{ m} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{10^{-3} \text{ Pas}} = 1,6 \cdot 10^4$$

Szükségünk van még a relatív érdességre is. A relatív érdességet a *Csövek relatív érdessége diagram* (9.2. ábra) alapján a cső belső átmérője és a cső anyaga alapján lehet meghatározni.

$$\frac{D_{cső}}{D} = 0,01$$

$D_{cső} = 1,6$  cm  
horganyzott vas

A Reynolds-szám és a relatív érdesség ismeretében a csősúrlódási tényező a *Re – f diagramról* (9.3. ábra) leolvasható.

$$\frac{L}{D} = 0,01$$

$Re = 1,6 \cdot 10^4$   
*Re – f diagram*  $f = 0,0415$

Összes csőhossz

A súrlódási veszteség számításához nem csak a csövek, de a szerelvények és idomok okozta veszteségeket is figyelembe kell vennünk. Az ábra alapján a csővezetékben 2 db szelep (átmenő szelep nyitva) és 3 db derékszögű könyök (könyök idom  $90^\circ$ ) van. Ehhez meg kell határozni a szerelvények egyenértékű csőhosszát, azaz hogy az adott szerelvény okozta veszteség milyen hosszú cső veszteségével egyezik meg.

$$L_{össz} = L_{cső} + L_e$$

A szerelvények egyenértékű csőhosszát az *Idomok, szerelvények egyenértékű csőhossza nomogram* (9.1. ábra) segítségével tudjuk meghatározni a cső belső átmérője és a szerelvény típusa alapján:  
 $L_{e,szelep} = 5,5$  m;  $L_{e,könyök} = 0,32$  m.

Így már számítható az összes csőhossz.

$$L_{\text{össz}} = L_{\text{cső}} + L_e = L_{\text{cső}} + 2 L_{e,\text{szelep}} + 3 L_{e,\text{könyök}} = 16\text{ m} + 2 \cdot 5,5\text{ m} + 3 \cdot 0,32\text{ m} = 27,96\text{ m}$$

Egyenérték csőátmérő

Mivel a folyadék kör keresztmetszetű csőben áramlik, az egyenérték csőátmérő a csővezeték belső átmérőjével egyezik meg.

Nyomás

A Bernoulli-egyenletben már csak a  $p_1$  értéke ismeretlen.

$$h_1 \quad g + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + h_2 \quad g + p_2 + f \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} \frac{v_2^2}{2}$$

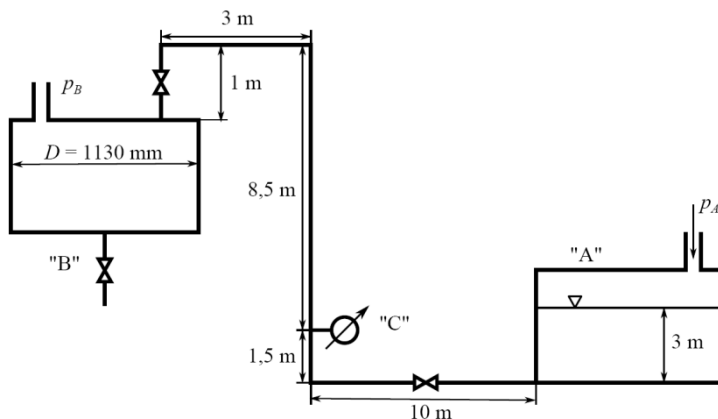
$$p_1 = (h_2 - h_1) \quad g + p_2 + f \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} + 1 \quad \frac{v_2^2}{2}$$

$$p_1 = (9\text{ m} - 2\text{ m}) \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10^5 \text{ Pa} + 0,0415 \cdot \frac{27,96}{0,016 \text{ m}} + 1 \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}^2 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}$$

$$p_1 = 2,05 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

### 1.2. feladat

Az „A” tartályból folyadékot szállítunk a léghőre nyitott „B” tartályba 2 cm-es kereskedelmi acélcsővön. A folyadék sűrűsége  $920 \text{ kg/m}^3$ , viszkozitása  $0,8 \text{ mPas}$ .



1.3. ábra 1.2. feladat

- Az átmenő szelep kinyitásának pillanatában a „B” jelű tartály üres, és a tartály aljánál levő szelep el van zárva. Mennyi idő alatt lesz a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, ha az „A” jelű tartályban  $1,325 \text{ bar}$  túlnyomást alkalmazunk? Az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető.
- Mekkora nyomást mutat a „B” tartály feltöltése közben a „C”-vel jelölt manométer?
- Amikor a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, kinyitjuk a tartály alatti szelepet. A tartályból a folyadék egy durván megmunkált, 2 cm belső átmérőjű csővön folyik ki a folyadék ( $\alpha = 0,8$ ). Stacionárius állapotban hova áll be a tartályban a folyadékszint? A kifolyó cső hossza 1 m, a cső és a rajta levő szelep súrlódási vesztesége elhanyagolható.

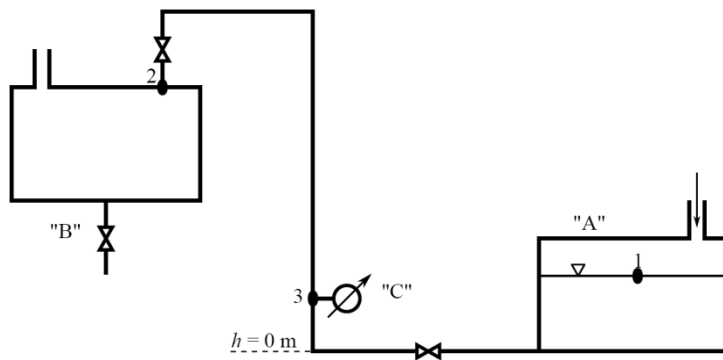
- d) Stacionárius állapotban leállítjuk a „B” tartály feltöltését. Mennyi idő alatt csökken le a folyadékszint a „B” tartályban 10 cm-re?

Megoldás:

- a) Az átmenő szelep kinyitásának pillanatában a „B” jelű tartály üres, és a tartály aljánál levő szelep el van zárva. Mennyi idő alatt lesz a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, ha az „A” jelű tartályban 1,325 bar túlnyomást alkalmazunk? Az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető.

A feladat megoldásához meg kell határoznunk a folyadék térfogatáramát, illetve sebességét. Ehhez fel kell írni a Bernoulli-egyenletet két pont között. Az 1. pontnak az „A” tartály folyadékfelszínét választjuk, a 2. pontnak a csővezeték végét.

Ezen kívül ki kell jelölni a  $h = 0$  m helyét a magasságok megadásához. Ezt célszerű a rendszer legalsó pontjára tenni, hogy elkerüljük a negatív magasságokkal való számolást.



1.4. ábra Bernoulli-egyenlethez szükséges pontok kijelölése az 1.2. feladatban

Bernoulli-egyenlet

$$\frac{v_1^2}{2} + h_1 \quad g + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + h_2 \quad g + p_2 + f \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} \frac{v_2^2}{2}$$

Célunk a 2. pontban a sebesség,  $v_2$  meghatározása.

Magasságok

A magasságok az ábrán megadott méretek alapján  $h_1 = 3$  m és  $h_2 = 9$  m.

Folyadéksebesség

$v_1 = 0$  m/s, mert a feladat szövege szerint az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető.

Nyomások

A feladat szerint az „A” jelű tartályban 1,325 bar túlnyomást alkalmazunk, azaz  $p_1 = 2,325 \cdot 10^5$  Pa.

A 2. pontban a nyomás légköri, azaz  $p_2 = 10^5$  Pa.

Összes csőhossz

Az ábra alapján a csővezetékben 2 db szelep (átmenő szelep nyitva) és 3 db derékszögű könyök (könyök idom  $90^\circ$ ) van. A manométer csonkjának ellenállása elhanyagolható. (Megjegyzés: Az *Idomok, szerelvények egyenértékű csőhossza nomogramon* (9.1. ábra) a szabvány T idom arra az esetre vonatkozik, ha az elágazás mindkét ágába továbbfolyik a folyadék.)

A szerelvények egyenértékű csőhossza az *Idomok, szerelvények egyenértékű csőhossza nomogram* alapján:  $L_{e,szelep} = 6,5 \text{ m}$ ;  $L_{e,könyök} = 0,4 \text{ m}$ .

Így már számítható az összes csőhossz.

$$L_{\text{össz}} = L_{\text{cső}} + L_e = L_{\text{cső}} + L_{e,szelep} + 2 L_{e,könyök} = 24 \text{ m} + 2 \cdot 6,5 \text{ m} + 3 \cdot 0,4 \text{ m} = 38,2 \text{ m}$$

Egyenértékű csőátmérő

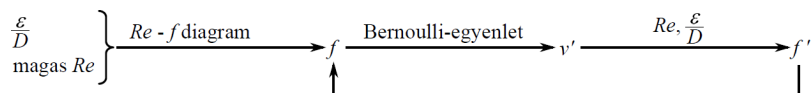
Mivel a folyadék kör keresztmetszetű csőben áramlik, az egyenértékű csőátmérő a csővezeték belső átmérőjével egyezik meg.

Csőúrlódási tényező

A csőúrlódási tényező ismeretlen. Értéke függ a szintén ismeretlen folyadéksebességtől. Az ilyen jellegű feladatok megoldását iterálással, vagy Kármán-módszerrel végezhetjük el.

### Sebesség meghatározása iterálással

1. A relatív érdesség ismeretében a *Re - f diagram* (9.3. ábra) segítségével megadunk a csőúrlódási tényezőnek egy kezdeti értéket, amelyet olyan magas Reynolds-számhoz olvasunk le, amelynél a csőúrlódási tényező már nem függ a Reynolds-számtól.
2. Ezen csőúrlódási tényezővel a Bernoulli-egyenletből meghatározzuk a folyadéksebességet.
3. A folyadéksebesség ismeretében a Reynolds-szám és a relatív érdesség segítségével számítunk egy új csőúrlódási tényezőt.
4. Ha az új csőúrlódási tényező a korábbtól egy előre meghatározott hibánál kisebb mértékben tér el, akkor az eredményt elfogadjuk. Ha az eltérés nagyobb, mint a megengedett hiba, akkor ezzel az új csőúrlódási értékkel folytatjuk az iterációt. A megengedhető hiba nagyságát minden esetben az aktuális igények alapján kell meghatározni. A számolási gyakorlatok során egységesen legfeljebb 5%-os hibát engedünk meg.



1.5. ábra Sebesség meghatározása iterálással

Relatív érdesség

A *Csövek relatív érdessége diagram* (9.2. ábra) segítségével a cső belső átmérője és a cső anyaga alapján.

$$D_{\text{cső}} = 2 \text{ cm} \quad \text{Csövek relatív érdessége diagram} \quad \frac{\epsilon}{D} = 0,0025$$

kereskedelmi acél

Becsült csőúrlódási tényező

$$\frac{\epsilon}{D} = 0,0025 \quad \text{Re - f diagram} \quad f_{\text{becs}} = 0,025$$

Folyadéksebesség

A Bernoulli-egyenletből a becsült csőúrlódási tényező segítségével számítható a folyadéksebesség.

$$h_1 + g + p_1 = h_2 + g + p_2 + f \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} + 1 \frac{v_2^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(h_1 - h_2) + \frac{g + p_1 - p_2}{\rho}}{f_{\text{becs}} \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} + 1 \frac{v_2^2}{2}}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(3\text{ m} - 9\text{ m}) + \frac{920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2,325 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 10^5 \text{ Pa}}{0,025 \frac{38,2 \text{ m}}{0,02 \text{ m}} + 1 \frac{920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}}} = 1,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reynolds-szám

$$Re = \frac{D_e v_2}{\nu} = \frac{0,02 \text{ m} \cdot 1,87 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}} = 4,30 \cdot 10^4$$

Új csőúrlódási tényező

A Reynolds-szám és a relatív érdesség ismeretében az új csőúrlódási tényező a  $Re - f$  diagramról (9.3. ábra) leolvasható.

$$Re = 4,30 \cdot 10^4$$

$$\text{Re} - f \text{ diagram} \quad f = 0,0285$$

$$\frac{\nu}{D} = 0,0025$$

Az új csőúrlódási tényező a becsült  $f_{\text{becs}} = 0,025$  értéktől 14%-kal magasabb. Ez nagyobb, mint a megengedett eltérés, így az iterációt az új csőúrlódás értékkel folytatjuk.

Új folyadéksebesség

$$v'_2 = \sqrt{\frac{(h_1 - h_2) + \frac{g + p_1 - p_2}{\rho}}{f \frac{L_{\text{össz}}}{D_e} + 1 \frac{v_2^2}{2}}}$$

$$v'_2 = \sqrt{\frac{(3\text{ m} - 9\text{ m}) + \frac{920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2,325 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 10^5 \text{ Pa}}{0,0285 \frac{38,2 \text{ m}}{0,02 \text{ m}} + 1 \frac{920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}}} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Új Reynolds-szám

$$Re' = \frac{D_e v'_2}{\nu} = \frac{0,02 \text{ m} \cdot 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}} = 4,03 \cdot 10^4$$

Új csőúrlódási tényező

$$Re' = 4,0 \cdot 10^4$$

$$\text{Re} - f \text{ diagram} \quad f' = 0,029$$

$$\frac{\nu}{D} = 0,0025$$

Ez az érték az előző csősúrlódási tényezőtől csupán 1,7%-ban tér el, ami a megengedett hibahatáron belül van. Tehát az eredményünk elfogadható.

Térfogatáram

$$V_2 = v'_2 A_{cső} = v'_2 \frac{(D_{cső})^2}{4} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{(0,02\text{m})^2}{4} = 5,50 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Átfolyt folyadék térfogata

$$V = h_B A_{tartály} = h_B \frac{(D_{tartály})^2}{4} = 1\text{m} \frac{(1,13\text{m})^2}{4} = 1\text{m}^3$$

Idő

$$t = \frac{V}{V_2} = \frac{1\text{m}^3}{5,50 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 1819\text{s} = 30,3\text{min}$$

### Kármán-módszer

A Kármán-módszer segítségével a súrlódási nyomásvesztés alapján lehet meghatározni a folyadéksebességet, illetve a csősúrlódási tényezőt. Viszont ha a  $v_2$  ismeretlen, akkor a Bernoulli-egyenletből nem tudjuk kifejezni a súrlódási nyomásvesztést a  $v_2$ -t tartalmazó sebességi tag miatt.

A Kármán-módszer általunk használt közelítésében a súrlódási nyomásvesztésbe a  $v_2$ -t tartalmazó sebességi tagot is belevesszük.

$$p_{súrlódás} = f \frac{L_{össz}}{D_e} \frac{v_2^2}{2}$$

$$p_{vesztés} = f \frac{L_{össz}}{D_e} \frac{v_2^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} = f \frac{L_{össz}}{D_e} + 1 \frac{v_2^2}{2}$$

Ez a közelítés akkor nem okoz problémát, ha  $f \frac{L_{össz}}{D_e} \gg 1$ . Ha például  $f \frac{L_{össz}}{D_e} > 20$ , akkor ezzel a közelítéssel kevesebb, mint 5%-os hibát okozunk. A Kármán-módszer használata előtt ellenőrizni kell, hogy nem okozunk-e a megengedettnél nagyobb hibát a fenti közelítéssel.

1. A relatív érdesség ismeretében a  $Re - f$  diagram (9.3. ábra) segítségével megadunk a csősúrlódási tényezőnek egy becsült értéket, amelyet olyan magas Reynolds-számhoz olvasunk le, amelynél a csősúrlódási tényező már nem függ a Reynolds-számtól.

2. Ha  $\frac{f_{becs} \frac{L_{össz}}{D_e}}{1 + f_{becs} \frac{L_{össz}}{D_e}} > 0,95$ , akkor a Kármán-módszerrel kapott eredmény 5%-os hibahatáron

belül lesz. (A megengedhető hiba nagyságát minden esetben az aktuális igények alapján kell meghatározni. A számolási gyakorlatok során egységesen legfeljebb 5%-os hibát engedünk meg.)

3. Ha a fenti reláció nem teljesül, akkor az alábbi nyomáskülönbség alapján számolunk.



$$p := p_{veszt} \frac{f_{becs} \frac{L_{össz}}{D_e}}{1 + f_{becs} \frac{L_{össz}}{D_e}}$$

4. Ebben az esetben ellenőrizni kell, hogy a fenti  $\Delta p$  és az új sebességből számolt  $\Delta p_{súrlódási}$  eltérése kisebb-e, mint a megfelelő hibahatár. Ha az eredmény nem megfelelő, akkor a kiszámított sebességgel számítunk egy  $\Delta p_{súrlódási}$  értéket, és azzal számítjuk végig a Kármán-módszert addig, amíg megfelelő eredményt nem kapunk (iterálunk).

5. A nyomáskülönbség ( $\Delta p_{veszt}$  vagy a korrigált  $\Delta p$  érték) segítségével kiszámítjuk  $Re \sqrt{f}$  értékét.

$$Re \sqrt{f} = \frac{D_e}{\sqrt{L_{össz}}} \sqrt{2 \frac{D_e}{L_{össz}} p}$$

6.  $Re \sqrt{f}$  és a relatív érdesség ismeretében meghatározzuk  $\frac{1}{\sqrt{f}}$  értékét a  $Re \sqrt{f} \frac{1}{\sqrt{f}}$  diagram (9.4. ábra), vagy a Colebrook-képlet alapján:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} + \frac{1}{3,72} \frac{1}{D}$$

7.  $\frac{1}{\sqrt{f}}$  ismeretében kiszámítjuk a folyadéksebességet.

$$v = \frac{1}{\sqrt{f}} \sqrt{2 \frac{p D_e}{L_{össz}}}$$

Becsült csósúrlódási tényező

magas  $Re$

$$\frac{1}{D} = 0,0025 \quad Re \quad f \text{ diagram} \quad f_{becs} = 0,025$$

Kármán-módszer előzetes ellenőrzése

$$\frac{f_{becs} \frac{L_{össz}}{D}}{1 + f_{becs} \frac{L_{össz}}{D}} = \frac{0,025 \frac{38,2 \text{ m}}{0,02 \text{ m}}}{1 + 0,025 \frac{38,2 \text{ m}}{0,02 \text{ m}}} = 0,979$$

Ez nagyobb, mint 0,95, azaz a közelítéssel 5%-nál kisebb hibát okozunk.

Nyomásvesztés

$$h_1 \quad g + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + h_2 \quad g + p_2 + f \frac{L_{össz}}{D_e} \frac{v_2^2}{2}$$

$$p_{vesztés} = f \frac{L_{össz}}{D_e} \frac{v_2^2}{2} + \frac{v_2^2}{2} = (h_1 - h_2) \quad g + p_1 - p_2$$

$$p_{vesztés} = (3 \text{ m} - 9 \text{ m}) 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2,325 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 10^5 \text{ Pa} = 7,83 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$\frac{1}{\sqrt{f}}$  meghatározása

$$Re \sqrt{f} = \frac{D_e}{\sqrt{L_{össz}}} \sqrt{\frac{2 D_e p}{\rho}} = \frac{0,02 \text{ m } 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,8 \cdot 10^3 \text{ Pas}} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,02 \text{ m } 7,83 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{38,2 \text{ m } 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 6868$$

$Re \sqrt{f} \frac{1}{\sqrt{f}}$  diagram (9.4. ábra) alapján:

$$\frac{1}{D} = 0,0025 \quad Re \sqrt{f} = 6,9 \cdot 10^3 \quad Re \sqrt{f} \frac{1}{\sqrt{f}} \text{ diagram} \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 5,85$$

Colebrook-képlet alapján

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} + \frac{1}{3,72} \frac{1}{D} = 2 \log \frac{2,51}{6868} + \frac{1}{3,72} 0,0025 = 5,97$$

Folyadéksebesség

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{2 p D_e}{L_{össz}}} = 5,97 \sqrt{\frac{2 \cdot 7,83 \cdot 10^4 \text{ Pa } 0,02 \text{ m}}{38,2 \text{ m } 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 1,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Térfogatáram

$$V_2 = v_2 A_{cső} = v_2 \frac{(D_{cső})^2}{4} = 1,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{(0,02 \text{ m})^2}{4} = 5,60 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Idő

$$t = \frac{V}{V} = \frac{1 \text{ m}^3}{5,60 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 1786 \text{ s} = 29,77 \text{ min}$$

b) Mekkora nyomást mutat a „B” tartály feltöltése közben a „C”-vel jelölt manométer?

A kérdés megválaszolására fel kell írunk egy Bernoulli-egyenletet a korábbi 1. pont, és a manométer csoncja (3. pont) között. (Megjegyzés: Ugyanolyan eredményre jutunk, ha a manométer csoncja és a 2. pont között írjuk fel a Bernoulli-egyenletet.)

Bernoulli-egyenlet

$$\frac{v_1^2}{2} + h_1 \quad g + p_1 = \frac{v_3^2}{2} + h_3 \quad g + p_3 + f \frac{L'_{össz}}{D_e} \frac{v_3^2}{2}$$

Célunk a 3. pontban a nyomás,  $p_3$  meghatározása.

Magasság

Az ábrán megadott méretek alapján  $h_3 = 1,5 \text{ m}$ .

Folyadéksebesség

A kontinuitás miatt, és mert ugyanolyan átmérőjű csőben áramlik a fluidum, a sebesség a manométernél azonos nagyságú lesz, mint az a) feladatban kiszámított érték:  $v_3 = v_2 = 1,86 \text{ m/s}$ .

Összes csőhossz

Az 1. és a 2. pont között 1 db szelep és 1 db derékszögű könyök van.

$$L'_{\text{össz}} = L'_{\text{cső}} + L'_e = L'_{\text{cső}} + L_{e,\text{szelep}} + L_{e,\text{könyök}} = 11,5 \text{ m} + 6,5 \text{ m} + 0,4 \text{ m} = 18,4 \text{ m}$$

Csősúrlódási tényező

Az a) feladatban a folyadéksebességgel együtt az iterálás alatt meghatároztuk a csősúrlódási tényező értékét is:  $f = 0,029$ . A csősúrlódási tényező a Kármán-módszer során kiszámított

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 5,97 \text{ értékből is számítható, } f = 0,028.$$

Nyomás

$$h_1 \quad g + p_1 = \frac{v_3^2}{2} + h_3 \quad g + p_3 + f \frac{L'_{\text{össz}}}{D_e} \frac{v_3^2}{2}$$

$$p_3 = (h_1 - h_3) \quad g + p_1 - f \frac{L'_{\text{össz}}}{D_e} + 1 \quad \frac{v_3^2}{2}$$

$$p_3 = (3 \text{ m} - 1,5 \text{ m}) \quad 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2,325 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 0,028 \frac{18,4 \text{ m}}{0,02 \text{ m}} + 1 \quad \frac{1,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}^2 \quad 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}$$

$$p_3 = 2,07 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Mivel a manométer túlnyomást mutat, ezért a manométeren  $p'_3 = 1,07 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  látható.

- c) Amikor a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, kinyitjuk a tartály alatti szelepet. A tartályból a folyadék egy durván megmunkált, 2 cm belső átmérőjű csövön folyik ki a folyadék ( $\alpha = 0,8$ ). Stacionárius állapotban hova áll be a tartályban a folyadékszint? A kifolyó cső és a rajta levő szelep súrlódási vesztesége elhanyagolható.

Stacionárius állapotban a „B” tartályba befolyó és kifolyó áramok térfogatárama azonos. Az a) feladatban kiszámolt folyadéksebesség alapján meghatározhatjuk a térfogatáramot, amiből számítható a kifolyási sebesség. Mivel a kifolyó cső súrlódási vesztesége elhanyagolható, használható a szabad kifolyás esetén érvényes sebességi képlet, hogy meghatározzuk, az adott kifolyási sebesség milyen folyadékmagasság esetén valósul meg.

Térfogatáramok

$$V_2 = v_2 \quad A_{\text{cső}} = v_2 \quad \frac{(D_{\text{cső}})^2}{4} = 1,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \frac{(0,02 \text{ m})^2}{4} = 5,60 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V_{\text{ki}} = V_2 = 5,60 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Kifolyási sebesség

A kifolyási sebesség számításánál figyelembe kell venni, hogy a kifolyó cső durva megmunkálása miatt keresztmetszetének csak 80%-a hasznosul.

$$v_{\text{ki}} = \frac{V_{\text{ki}}}{A_{\text{ki}}} = \frac{V_{\text{ki}}}{\frac{(D_{\text{ki}})^2}{4}} = \frac{5,60 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0,8 \cdot \frac{(0,02 \text{ m})^2}{4}} = 2,228 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Folyadékmagasság

$$v_{\text{ki}} = \sqrt{2 \quad g \quad h_B}$$

$$h_B = \frac{v_{ki}^2}{2g} = \frac{2,228 \frac{\text{m}}{\text{s}}^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,25 \text{ m}$$

Tehát stacionárius állapotban a „B” tartályban a folyadékszint 25 cm. (Megjegyzés: A stacionárius állapotban a folyadékszint független attól, hogy a kifolyó szelep kinyitásának pillanatában mekkora a folyadékszint a tartályban.)

- d) Stacionárius állapotban leállítjuk a „B” tartály feltöltését. Mennyi idő alatt csökken le a folyadékszint a „B” tartályban 10 cm-re?

Mivel a kifolyó cső és szelep súrlódási vesztesége elhanyagolható, használhatjuk a szabad kifolyás idejének képletét. Ennek a képletnek a használatakor fontos, hogy oda kell felvenni a  $h = 0$  m-t, ameddig a folyadékszint lecsökkenne, ha végtelen ideig nem avatkoznánk közbe. Ebben a feladatban ez a pont a kifolyó cső alsó vége.

Folyadékmagasságok

A c) feladatban kiszámítottuk, hogy stacionárius állapotban a „B” tartályban a folyadékszint 25 cm. Ezen magasságból fog a folyadékszint 10 cm-re csökkenni. Ezeket a magasságot az új  $h = 0$  m-hez viszonyítva kell megadni:  $h_0 = 1,25$  m;  $h_1 = 1,1$  m.

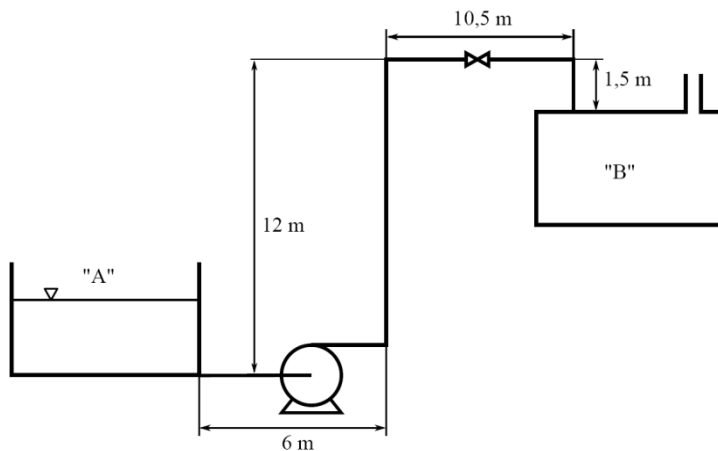
Kifolyáshoz szükséges idő

$$t = \frac{2 \frac{(D_{tartály})^2}{4}}{\frac{(D_{ki})^2}{4} \sqrt{2g}} (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_1}) = \frac{2 \frac{(1,13 \text{ m})^2}{4}}{0,8 \frac{(0,02 \text{ m})^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} (\sqrt{1,25 \text{ m}} - \sqrt{1,1 \text{ m}})$$

$$t = 124,7 \text{ s} \quad 2,08 \text{ min}$$

### 1.3. feladat

Határozza meg azt a teljesítményszükségletet, amit  $4,5 \text{ m}^3/\text{h}$  mennyiségű etanol-oldat nyitott „A” tartályból a nyitott „B” tartályba való felnyomatása jelent! Az etanol-oldat viszkozitása  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ , sűrűsége  $970 \text{ kg/m}^3$ . A horganyzott vas csővezeték átmérője 35 mm. A szivattyú és az elektromotor együttes hatásfoka 0,6. Az „A” tartályban a folyadékszint 1 m.



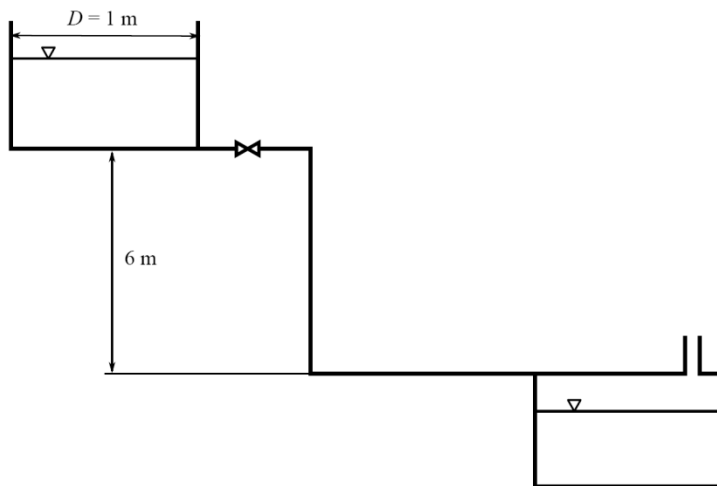
1.6. ábra 1.3. feladat

1.4. feladat (1/49. oldal/37. feladat)

Egy 1 m átmérőjű tartályban  $1,4 \text{ m}^3$  40 %-os etanol-víz elegy van. ( $\eta = 2,91 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ ;  $\rho = 937 \text{ kg/m}^3$ ). A tartályból egy 16 m hosszú, 4 cm átmérőjű öntöttvas vezetéken keresztül egy üstbe folyik az elegy. A vezetékben 1 db szelep és 2 db  $90^\circ$ -os könyök van beépítve. A tartály alja és az üstbe való betorkolás közötti szintkülönbség 6 m.

(Az a.–c. kérdéseknél az üst nyomása  $10^5 \text{ Pa}$ .)

- Mennyi idő alatt folyik az üstbe  $1 \text{ m}^3$  elegy, ha eltekintünk a cső és a szerelvények ellenállásától?
- Mennyi a szerelvények ekvivalens csőhossza?
- Mennyi a kifolyási sebesség abban az időpontban, amikor még az egész elegy a tartályban van?
- Meddig csökkenhet a szint, ha az üstben a túlnyomás  $5,88 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ?
- Mennyi idő szükséges a d) pontban feltüntetett körülmények között a kifolyáshoz (ha eltekintünk a csősúrlódástól)?



1.7. ábra 1.4. feladat

1.5. feladat (1/47. oldal/31. feladat módosítva)

Határozza meg azt a teljesítményszükségletet, amit  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  mennyiségű folyadék egyik nyitott tartályból a másik nyitott tartályba való felnyomatása jelent! Az emelési magasság 16 m, a folyadék viszkozitása  $9,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ , sűrűsége  $1230 \text{ kg/m}^3$ . Az acél csővezeték átmérője 27 mm, teljes hossza 80 m. A vezetékbe 4 szelep és 6 derékszögű könyök van beiktatva. A szivattyú és az elektromotor együttes hatásfoka 0,5.

1.6. feladat (1/48. oldal/32. feladat)

Egy tartályban benzol van, állandóan 1,5 m magasságban. Milyen térfogatárammal folyik ki a benzol a tartály aljára szerelt 18 m hosszú, 40 mm belső átmérőjű vízszintes irányú kereskedelmi acélcsövön?

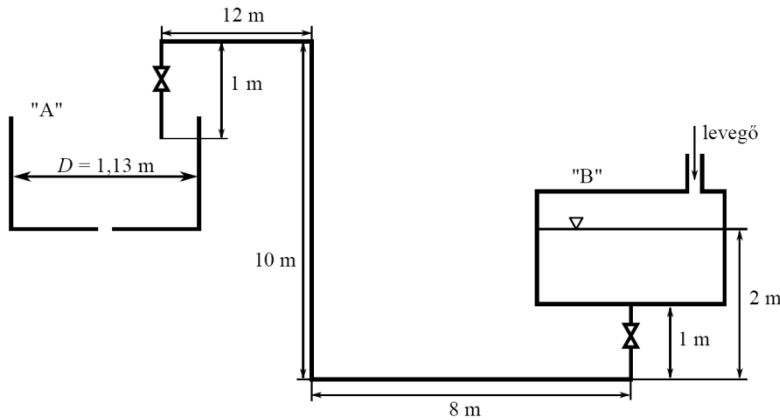
$$\rho = 879 \text{ kg/m}^3; \eta = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}$$

1.7. feladat (1/50. oldal/42. feladat)

Zárt „B” tartályból  $4,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású levegő befúvásával az alábbi elrendezés szerint 2 cm átmérőjű öntöttvas csővezetéken keresztül vizet nyomtatunk a nyitott üres „A” tartályba, melynek alján 2 cm átmérőjű kerek nyílás van ( $\alpha = 0,9$ ).

Stacionárius állapotban milyen magasan lesz a víz az „A” tartályban? („B” szintváltozása elhanyagolható.)

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3; \eta = 10^{-3} \text{ Pas}; p_A = 10^5 \text{ Pa}$$



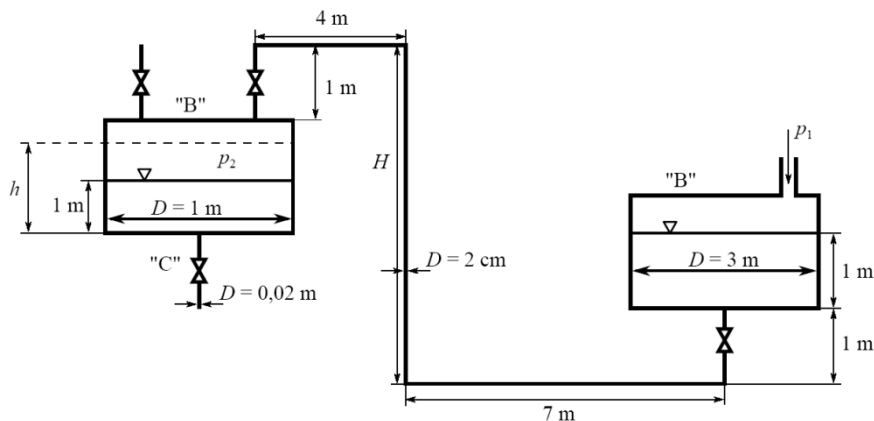
1.8. ábra 1.7. feladat

1.8. feladat (1/51. oldal/43. feladat javítva)

- a)  $4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású levegővel az állandó szintű „A” tartályból 1 óra alatt,  $H = 12 \text{ m}$  függőleges csőszakasz esetén a fenti rendszeren mennyi  $20^\circ\text{C}$ -os vizet lehet a nyitott „B” tartályba felnyomni? A cső anyaga öntöttvas.

$$p_{\text{barométer}} = 10^5 \text{ Pa}; \rho_{20^\circ\text{C}} = 10^3 \text{ kg/m}^3; \eta_{20^\circ\text{C}} = 1 \text{ cP} = 10^{-3} \text{ Pas}$$

- Oldja meg iterációval!
  - Oldja meg Kármán-módszerrel!
- b) Milyen nyomású  $p_1$  levegővel lehet a fenti rendszeren változatlan „A” szint esetén  $H = 15 \text{ m}$  magasra  $2 \text{ m}^3/\text{h}$   $20^\circ\text{C}$ -os vizet a „B” tartályba felnyomni? A felnyomatás alatt  $p_2 = 1,97 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
- c) A fenti rendszeren  $p_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  levegővel állandó szintű „A” tartály és  $H = 12 \text{ m}$  esetén  $20^\circ\text{C}$ -os vizet nyomtatunk fel a nyitott „B” tartályba. Ha induláskor  $1 \text{ m}$  magasan áll a víz „B”-ben, és kinyitjuk teljesen a „C” szelepet, stacionárius esetben hol lesz a vízszint?
- d)  $p_1 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású levegővel az állandó szintű „A” tartályból  $3 \text{ m}^3/\text{h}$   $20^\circ\text{C}$ -os vizet kell a fenti rendszeren a nyitott „B”-be felnyomni. Legfeljebb milyen hosszú lehet a  $H$  csőszakasz?  
 $p_{\text{barométer}} = 10^5 \text{ Pa}$



1.9. ábra 1.8. feladat

1.9. feladat (1/49. oldal/38. feladat)

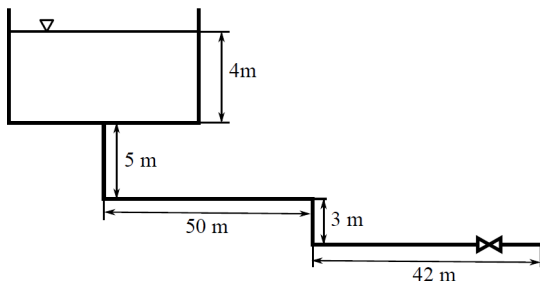
Egy 1,2 m átmérőjű tartályban 2 m<sup>3</sup> benzol van ( $\rho = 879 \text{ kg/m}^3$ ;  $\eta = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}$ ). A tartály aljából egy 16 m hosszú, 38 mm belső átmérőjű vízszintes irányú horganyzott vascsövön keresztül folyik a benzol. Kiömlési tényező 0,85.

- Mennyi idő alatt csökken a tartály szintje 1 m-t, ha eltekintünk a csősúrlódástól?
- Mennyi a kifolyási sebesség a szelep kinyitásának pillanatában?
- Mennyi a kifolyási sebesség, ha a tartályban a szint már 1 m-t csökkent?

1.10. feladat (1/50. oldal/41. feladat)

Egy 5 m magas, 2 m átmérőjű álló hengeres tartályban 20 °C-os víz van. A tartály aljához 100 m hosszú és 2 cm átmérőjű horganyzott vascső csatlakozik az ábrán látható módon.

A szelep kinyitásakor milyen sebességgel folyik ki a folyadék?



1.10. ábra 1.10. feladat

1.11. feladat (1/47. oldal/30. feladat)

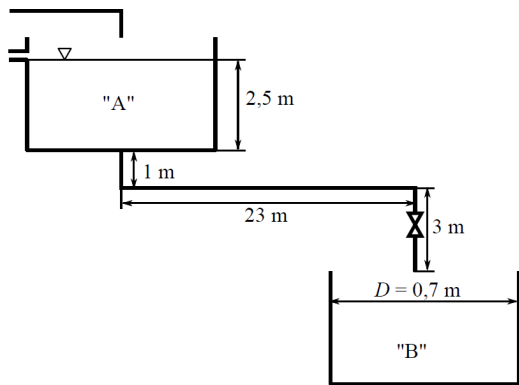
Egy 75 mm belső átmérőjű kereskedelmi acélcsövön keresztül óránként 25 m<sup>3</sup> folyadékot kell átszívattunk. A folyadék sűrűsége 1200 kg/m<sup>3</sup>, dinamikai viszkozitása 1,7 · 10<sup>-3</sup> Pas. A kezdőpont és a végpont közötti szintkülönbség 24 m. A cső hossza 112 m, a vezeték 2 db szelepet és 5 db derékszögű könyököt tartalmaz.

Mekkora a teljesítményszükséglet, ha a szivattyútelep összhatásfoka 0,6?

1.12. feladat

A túlfolyóval ellátott „A” tartályból folyadékot vezetünk az álló, hengeres „B” tartályba, melynek alján 4 cm átmérőjű kerek nyílás van (kifolyási tényező 0,85). Az „A” tartályba betáplált folyadék árama minden esetben nagyobb, mint amennyi a „B” tartályba átfolyik. A húzott vascső belső átmérője 4 cm. A folyadék sűrűsége 0,98 g/cm<sup>3</sup>, dinamikai viszkozitása 1 mPas.

- Stacionárius állapotban milyen magasan lesz a folyadékszint a „B” tartályban?
- Ha a „B” tartályban a folyadékszint éppen 40 cm, és elzárjuk a szelepet, akkor legfeljebb mennyi ideig lehet zárva a szelep, ha elő van írva, hogy a „B” tartályban a folyadék mennyisége nem csökkenhet 0,1 m<sup>3</sup> alá?

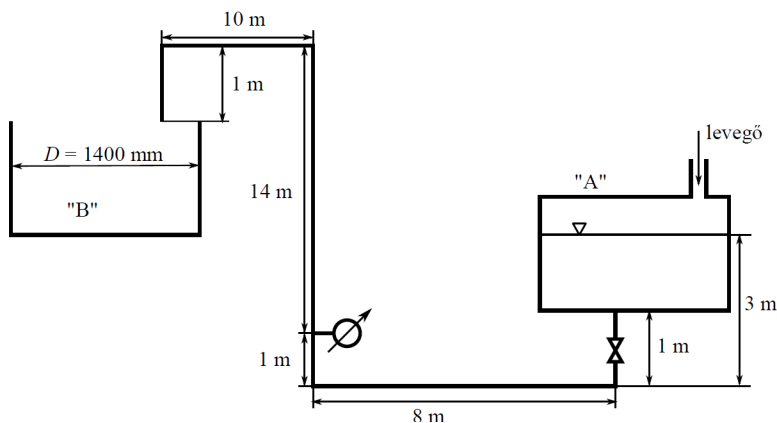


1.11. ábra 1.12. feladat

### 1.13. feladat

Egy zárt „A” tartályból 2,5 bar nyomású levegő befúvatásával egy 2,5 cm átmérőjű öntöttvas csővezetéken keresztül juttatjuk el a fluidumot a „B” tartályba, mely a légkörre nyitott. A fluidum sűrűsége  $1050 \text{ kg/m}^3$ , dinamikai viszkozitása  $1,1 \text{ mPas}$ . Az „A” tartály szintváltozása elhanyagolható.

- Mekkora lesz az induláskor még üres „B” tartályban a folyadékszint 20 perc elteltével?
- Mekkora nyomást mutat feltöltés közben a manométer?



1.12. ábra 1.13. feladat

## 1.2. Ülepítés

### 2.1. feladat

Egy  $10 \text{ m}^2$  alapterületű gravitációs ülepítőben  $7,2 \text{ m}^3/\text{h}$   $1000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű és  $1 \text{ mPas}$  viszkozitású folyadékból ülepítünk

- Mekkora átmérőjű szemcsék ( $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ ) ülepíthetők ki?
- Ha a  $7 \mu\text{m}$  átmérőjű szemcséket is ki akarjuk ülepíteni, hogyan tehető erre alkalmassá a fenti berendezés?

### Megoldás:

- Mekkora átmérőjű szemcsék ( $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ ) ülepíthetők ki?



Elsőként célszerű kiszámolni a  $B$  értékét.

$$B = \frac{4}{3} g \left( \frac{\rho}{k} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{2200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{(10^3 \text{ Pas})^2} = 2,5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}$$

Az ülepitő kapacitásából számítható az ülepedési sebesség.

$$V = A \cdot v$$

$$v = \frac{V}{A} = \frac{7,2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{10 \text{m}^2 \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ismert ülepedési sebességhez kell átmérőt számítani.

$$F(v) = \frac{v}{B} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2,5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^3 \text{ Pas}} = 8 \cdot 10^{-3}$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján a Stokes-tartományba esik, így  $F(d)$  értékét képletből lehet számítani.

$$F(v) = \frac{F(d)^2}{24}$$

$$F(d) = \sqrt{24 \cdot F(v)} = \sqrt{24 \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 0,44$$

$$d_p = \frac{F(d)}{B} = \frac{0,44}{2,5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}} = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 17,5 \mu\text{m}$$

Tehát a  $17,5 \mu\text{m}$ -nél nagyobb átmérőjű szemcsék fognak kiülepedni.

- b) Ha a  $7 \mu\text{m}$  átmérőjű szemcséket is ki akarjuk ülepiteni, hogyan tehető erre alkalmassá a fenti berendezés?

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni. A  $B$  értéke nem változik, mert az a berendezés méreteitől nem, csak anyagi állandóktól függ.

$$F(d)' = B \cdot d_p' = 2,5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 7 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,175$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján a Stokes-tartományba esik, így  $F(v)'$  értéke képlet segítségével számítható.

$$F(v)' = \frac{F(d)'^2}{24} = \frac{0,175^2}{24} = 1,28 \cdot 10^{-3}$$

$$F(v)' = \frac{v'}{B}$$

$$v' = \frac{F(v) B}{k} = \frac{1,28 \cdot 10^3 \cdot 2,5 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{m} \cdot 10^3 \text{ Pas}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 3,2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az ilyen ülepedési sebesség eléréséhez, ha a kapacitást nem akarjuk változtatni, meg kell növelni az ülepitő területét. Ez plusz tálcák behelyezésével lehetséges. A kapacitás képletéből számítható a szükséges tányérok száma, figyelembe véve, hogy az ülepitő alja már eleve megfelel egy tálcának.

$$V = (n + 1) A' v'$$

$$n = \frac{V}{A' v'} - 1 = \frac{7,2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{10 \text{m}^2 \cdot 3,2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}}{1}} - 1 = 5,25$$

Mivel csak egész tálcákat tudunk beépíteni, és az nem baj, ha a kívánt méretű szemcséknél kisebb méretű szemcsék is kiülepednek, így a kapott tálcaszámot felfelé kell kerekíteni, tehát 6 tálcára beépítésre van szükség.

## 2.2. feladat

Érc és meddőközet őrlés utáni osztályozásával 0,5÷0,9 mm közötti szemcseméret frakciót rostáltak ki.

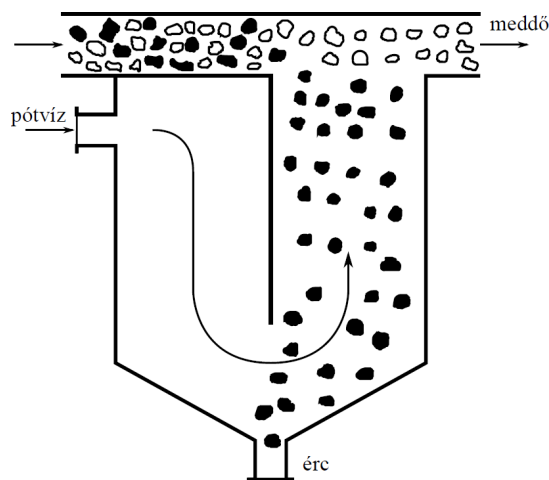
- Milyen sebességgel kell egy fajtázóban a vizet áramoltatni, hogy a két anyagot elválasszuk?
- Üzemzavar következtében mindkét anyagból kisebb szemcsék is kerültek a rendszerbe. Mekkora az a megengedhető legkisebb szemcseméret, amelynél még megvalósítható az elválasztás?

$$\eta_{\text{víz}} = 1 \text{ mPas}$$

$$\rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{érc}} = 6500 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{meddő}} = 2000 \text{ kg/m}^3$$



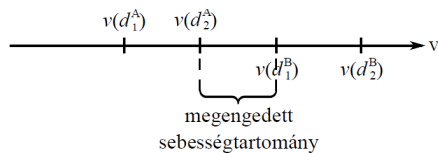
2.1. ábra Rheó-mosó

## Megoldás:

- Milyen sebességgel kell egy fajtázóban a vizet áramoltatni, hogy a két anyagot elválasszuk?

Megoldás menete

Ha  $d_1 < d_2$  és  $\rho_A < \rho_B$  akkor az elválasztás feltétele:



2.2. ábra Különböző sűrűségű szemcsék ülepítéssel történő elválasztásának feltétele

Az érc és a meddő közül a meddő a kisebb sűrűségű, tehát az fog elmenni, míg a nagyobb sűrűségű érc ki fog ülepedni. A cél, hogy a kisebb sűrűségű meddőből a legnagyobb átmérőjű szemcse sem ülepedjen le, míg a nagyobb sűrűségű ércből a legkisebb átmérőjű szemcse is leülepedjen.

$$\begin{array}{l} p_{\text{kisebb}} \quad d_{p,\text{nagyobb}} \quad v_{\min} \\ p_{\text{nagyobb}} \quad d_{p,\text{kisebb}} \quad v_{\max} \end{array} \quad v_{\min} < v < v_{\max}$$

### Meddő

Elsőként célszerű kiszámolni a  $B_{\text{meddő}}$  értékét.

$$B_{\text{meddő}} = \frac{4}{3} g \frac{\left( \frac{\text{meddő}}{\text{víz}} \right)^2 \text{víz}}{\text{víz}} \frac{1}{3} = \frac{4}{3} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\left(10^3 \text{ Pas}\right)^2}^{\frac{1}{3}}$$

$$B_{\text{meddő}} = 2,36 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}$$

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni.

$$F(d)_{\text{meddő}} = B_{\text{meddő}} \quad d_{p,\text{nagyobb}} = 2,36 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \quad 9 \cdot 10^4 \text{ m} = 21,2$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így  $F(v)_{\text{meddő}}$  értékét a diagramról kell leolvasni:  $F(v)_{\text{meddő}} = 4,2$ .

$$F(v)_{\text{meddő}} = \frac{v_{\min} \text{ víz}}{B_{\text{meddő}} \text{ víz}}$$

$$v_{\min} = \frac{F(v)_{\text{meddő}} \quad B_{\text{meddő}} \text{ víz}}{\text{víz}} = \frac{4,2 \quad 2,36 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \quad 10^3 \text{ Pas}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Érc

Elsőként célszerű kiszámolni a  $B_{\text{érc}}$  értékét.

$$B_{\text{érc}} = \frac{4}{3} g \frac{\left( \frac{\text{érc}}{\text{víz}} \right)^2 \text{víz}}{\text{víz}} \frac{1}{3} = \frac{4}{3} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{6500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\left(10^3 \text{ Pas}\right)^2}^{\frac{1}{3}}$$

$$B_{\text{érc}} = 4,16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}$$

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni.

$$F(d)_{\text{érc}} = B_{\text{érc}} d_{p,\text{kisebb}} = 4,16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 20,8$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így  $F(v)_{\text{érc}}$  értékét a diagramról kell leolvasni:  $F(v)_{\text{érc}} = 4,2$ .

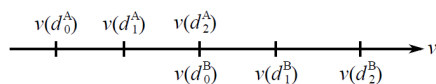
$$F(v)_{\text{érc}} = \frac{v_{\text{max}}}{B_{\text{érc}}} \frac{f}{f}$$

$$v_{\text{max}} = \frac{F(v)_{\text{érc}} B_{\text{érc}}}{\rho_{\text{víz}}} = \frac{4,2 \cdot 4,16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^3 \text{ Pas}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2.24)$$

Tehát az elválasztás érdekében a pótvíz sebességének  $0,1 \text{ m/s} < v < 0,17 \text{ m/s}$  között kell lennie.

- b) Üzemzavar következtében mindkét anyagból kisebb szemcsék is kerültek a rendszerbe. Mekkora az a megengedhető legkisebb szemcseméret, amelynél még megvalósítható az elválasztás?

Ha léteznek  $d_0$  átmérőjű szemcsék is, amelyekre igaz, hogy  $d_0 < d_1 < d_2$ , akkor szélsőséges esetben a következő helyzet állhat elő:



2.3. ábra Különböző sűrűségű szemcsék ülepitéssel történő elválasztásának határesetek

Az a feladatban a kisebb sűrűségű anyag (jelenleg a meddő) nagyobb átmérőhöz számolt ülepedési sebesség adta a pótvíz sebességének alsó korlátját. Ha a sebesség ez alá zuhan, akkor a kisebb sűrűségű anyag szemcséi is le fognak ülepedni. A kérdés tehát az, hogy a pótvíz sebességének korábbi alsó korlátjánál a nagyobb sűrűségű anyag (jelenleg az érc) milyen méretű szemcséi fognak leülepedni.

Ismert ülepedési sebességhez kell átmérőt számítani. A  $B_{\text{érc}}$  értéke nem változik.

$$F(v)_{\text{érc}} = \frac{v}{B_{\text{érc}}} \frac{\rho_{\text{víz}}}{\rho_{\text{érc}}} = \frac{0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{4,16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^3 \text{ Pas}} = 2,4$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így  $F(d)_{\text{érc}}$  értékét a diagramról kell leolvasni:  $F(d)_{\text{érc}} = 12$ .

$$d_{p,\text{érc}} = \frac{F(d)_{\text{érc}}}{B_{\text{érc}}} = \frac{12}{4,16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,29 \text{ mm}$$

Tehát a 0,29 mm átmérőjű érc szemcsék esetén az érc ülepedési sebessége megegyezik a legnagyobb meddőszemcsék ülepedési sebességével. Ha 0,29 mm-es, vagy annál kisebb átmérőjű érc szemcsék kerülnek a fajtázóba, akkor az elválasztás nem lehetséges.

### 2.3. feladat (1/75. oldal/7. feladat módosítva)

Normál forrponton híg vizes oldat bepárlásánál kísérletileg megállapított legnagyobb megengedhető párasebesség értéke, melynél számottevő áthordás nincs, 0,5 m/s. Állapítsa meg az üst desztillációs kapacitását 5333 Pa nyomáson, ha a páratér keresztmetszete  $2,3 \text{ m}^2$ !

	5333 Pa	101325 Pa
$T_{fp}$ [°C]	34	100
$\rho_k$ [kg/m <sup>3</sup> ]	0,0376	0,5977
$\eta_k$ [Pas]	$0,95 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-5}$
$\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	994	958

### Megoldás

A feladat megoldásához feltételezzük, hogy ha eltérő körülmények között azonos az elragadott folyadékcseppek átmérője, akkor kb. azonos az elragadott folyadékcseppek aránya is. Tehát eltérő körülmények között hasonló hatásfokot, kitermelést tudunk elérni.

A két nyomáson végzett bepárlás esetén a közös a párával eltávozó folyadékcseppek megengedhető maximális átmérője.

$$v_N \xrightarrow{B} F(v) \xrightarrow{\text{üledékes diagram}} F(d) \xrightarrow{B} d_p \xrightarrow{B'} F(d') \xrightarrow{\text{üledékes diagram}} F(v') \xrightarrow{B'} v' \rightarrow \dot{m}'$$

### 2.4. ábra 2.3. feladat megoldásának menete

#### Atmoszférikus nyomáson

Elsőként célszerű kiszámolni a  $B$  értékét. Jelenleg vízcseppek ülepedését vizsgáljuk, tehát  $\rho_p = \rho_{\text{víz}} = 958 \text{ kg/m}^3$ .

$$B = \frac{4}{3} g \left( \frac{p}{k} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{958 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,5977 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,5977 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}^{\frac{1}{3}}}{(1,20 \cdot 10^{-5} \text{ Pas})^2}$$

$$B = 3,73 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}$$

Ismert ülepedési sebességhez kell átmérőt számítani.

$$F(v) = \frac{v_N}{B} \left( \frac{p}{k} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5977 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{3,73 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 1,20 \cdot 10^{-5} \text{ Pas}} = 0,667$$

Ez az érték az *Üledékes diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így  $F(d)$  értékét a diagramról kell leolvasni:  $F(d) = 4,6$ .

$$d_p = \frac{F(d)}{B} = \frac{4,6}{3,73 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}} = 1,23 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Tehát legfeljebb  $1,23 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ -nél kisebb átmérőjű folyadékcseppek távozhatnak.

#### Alacsonyabb nyomáson

Elsőként célszerű kiszámolni a  $B'$  értékét.

$$B' = \frac{4}{3} g \left( \frac{p}{k} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{994 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0376 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,0376 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}^{\frac{1}{3}}}{(0,95 \cdot 10^{-5} \text{ Pas})^2}$$

$$B' = 1,76 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}$$

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni.

$$F(d)' = B' d_p = 1,76 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 1,23 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 2,16$$

Ezen az értéken az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján még éppen érvényes a Stokes-tartományra vonatkozó összefüggés.

$$F(v)' = \frac{F(d)'^2}{24} = \frac{2,16^2}{24} = 0,195$$

$$F(v)' = \frac{v'_k}{B'_k}$$

$$v'_k = \frac{F(v)' B'_k}{1} = \frac{0,195 \cdot 1,76 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 0,95 \cdot 10^{-5} \text{ Pas}}{0,0376 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,88 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Térfogatáram

$$V' = v'_k A = 0,88 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,3 \text{ m}^2 = 2,02 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Tömegáram

$$m' = V'_k = 2,02 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 0,0376 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7,61 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 274 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

Tehát a pára tömegárama nem lehet nagyobb, mint 274 kg/h. Ha a pára sebessége ennél magasabb lenne, akkor a kívántnál nagyobb átmérőjű folyadékcseppeket is magával ragadna.

Megjegyzés: atmoszférikus nyomáson a tömegáram értéke:

$$m = V'_k = v_N A_k = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,3 \text{ m}^2 \cdot 0,5977 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,687 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 2474 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

#### 2.4. feladat

Homokos zagyot ülepítünk egy 1x25 m-es keményítőgyári ülepítő csatornában. A homok sűrűsége 2800 kg/m<sup>3</sup>, a víz sűrűsége 1100 kg/m<sup>3</sup>, viszkozitása 10<sup>-3</sup> Pas.

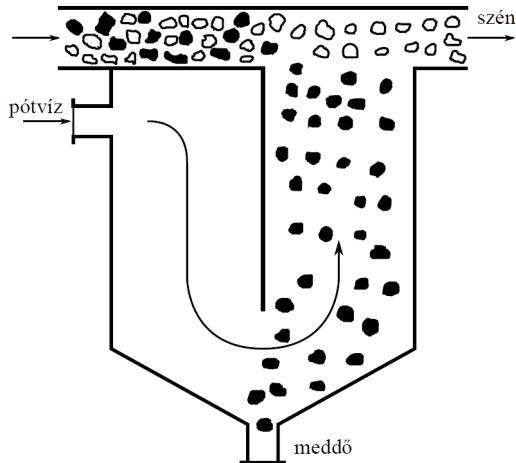
- Számítsa ki az ülepítő csatorna kapacitását, ha a legkisebb kiülepítendő szemcse mérete 2·10<sup>-2</sup> mm!
- Egy másik ülepítőben, amelynek alapterülete 10 m<sup>2</sup>, ugyanezt a zagyot szeretnénk ülepíteni 40 m<sup>3</sup>/min kapacitással. Milyen átmérőjű homokszemcsék fognak kiüledni?
- A b) feladatban használt ülepítő csatornában ugyanolyan térfogatáram (40 m<sup>3</sup>/min) esetén szeretnénk kiülepíteni a 150 μm-es szemcséket is. Hány tálcát kell beépítenünk ehhez?

#### 2.5. feladat

Szén és meddőközet őrlés utáni osztályozásával 1,2÷1,5 mm közötti szemcseméret frakciót rostáltak ki.

- a) Milyen sebességgel kell egy fajtázóban a vizet áramoltatni, hogy a két anyagot elválasszuk?
- b) Üzemzavar következtében mindkét anyagból kisebb szemcsék is kerültek a rendszerbe. Mekkora az a megengedhető legkisebb szemcseméret, amelynél még megvalósítható az elválasztás?

$$\eta_{\text{víz}} = 0,95 \text{ mPas} \quad \rho_{\text{víz}} = 1020 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{\text{szén}} = 1200 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{\text{meddő}} = 2500 \text{ kg/m}^3$$



2.5. ábra 2.5. feladat

2.6. feladat (1/85. oldal/11. feladat)

Normál forrponton híg vizes oldat atmoszferikus bepárlásánál kísérletileg megállapított legnagyobb megengedhető párasebesség  $v_N = 0,5 \text{ m/s}$ . Mekkora a bepárlóból elmenő gőz tömegárama, ha a páratér keresztmetszete  $2 \text{ m}^2$ , és a nyomás a bepárlóban  $26664 \text{ Pa}$ ?

	26664 Pa	101325 Pa
$t_{fp} [^{\circ}\text{C}]$	66,5	100
$\rho_k [\text{kg/m}^3]$	0,1720	0,5977
$\eta_k [\text{Pas}]$	$1,065 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-5}$
$\rho_p [\text{kg/m}^3]$	980	958

2.7. feladat (1/84. oldal/6. feladat módosítva)

Homokos zagyot kell ülepiteni  $2 \times 4,5 \text{ m}$  alapterületű  $2 \text{ m}$  magas ülepitő csatornában.

- a) Hány tálcát kell beépítenünk  $6 \text{ m}^3/\text{min}$  térfogatáram esetén, ha az  $50 \mu\text{m}$ -nél nagyobb homokszemcséket ki akarjuk ülepiteni? Milyen tartományban történik az ülepedés?
- b) Ha a kiszámított tálcákat beépítjük és kétszeresére növeljük a térfogatáramot, mi lesz a kiülepitendő részecskék minimális átmérője? Milyen tartományban történik az ülepedés?

$$\rho_p = 2800 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_k = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \eta_k = 10^{-3} \text{ Pas}$$

### 2.8. feladat

Egy ülepítő berendezésben  $2000 \text{ m}^3/\text{h}$  térfogatáramú szennyvízből (sűrűsége  $1000 \text{ kg/m}^3$ ; dinamikus viszkozitása  $1 \text{ mPas}$ ) kell a  $0,7 \text{ mm}$ -nél nagyobb szennyező szemcséket eltávolítani. A szennyező szemcsék sűrűsége  $2300 \text{ kg/m}^3$ .

- Mekkora alapterületű berendezésre van szükség?
- Ha a szennyvízben  $1300 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű gömb alakú szemcsék is vannak, milyen legkisebb átmérőjű szemcséket tud azok közül az ülepítő megfogni?

### 2.9. feladat

Ionmentes víz előállításához az oszlopban egyidejűleg használnak anion-cserélő és kation-cserélő gyantát (ún. kevertágyas ioncserélő oszlop). Az oszlop átmérője  $500 \text{ mm}$ . Regenerálás előtt az oszlopba alulról bevezetett vízárammal választják szét a kétfajta gyantát. Mekkora lehet a víz térfogatárama a gyanta szemcsék szétválasztásához? A számításhoz használhatók a végtelen térben ülepedő egyetlen részecskére levezetett összefüggések.

Adatok:    anion-cserélő:     $d_p = 0,8\text{--}1,2 \text{ mm}$      $\rho_A = 1180 \text{ kg/m}^3$   
              kation-cserélő:     $d_p = 1,2\text{--}1,5 \text{ mm}$      $\rho_K = 1320 \text{ kg/m}^3$   
              víz:                     $\eta = 1 \text{ mPas}$                      $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

### 2.10. feladat

Szén és meddőközet őrlés utáni osztályozásával  $1,5\text{--}2 \text{ mm}$  közötti szemcseméret frakcióit rostálták ki. Milyen sebességgel kell egy fajtázóban az agyagos vizet áramoltatni ahhoz, hogy a két anyagot elválasszuk egymástól?

Adatok:     $\rho_{\text{szén}}: 1300 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{meddő}}: 2700 \text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{víz}}: 1050 \text{ kg/m}^3$ ;  $\eta_{\text{víz}}: 10^{-3} \text{ Pas}$

### 2.11. feladat

Két különböző sűrűségű anyagot szeretnénk elválasztani egymástól egy ülepítő berendezésben. Az „A” anyag sűrűsége  $4000 \text{ kg/m}^3$ , a „B” anyagé  $2000 \text{ kg/m}^3$ .

- Milyen áramlási sebességgel kell a vizet felfelé áramoltatni (sűrűsége  $1000 \text{ kg/m}^3$ ; dinamikus viszkozitása  $1 \text{ mPas}$ ), ha az „A” anyagból  $0,6 \text{ mm}$ -nél nagyobb méretű szemcséket akarunk kiülepíteni?
- Milyen átmérőjű, „B” anyagú szemcséket nem tudunk elválasztani az „A” anyag kiülepítő részecskéitől?

### 2.12. feladat (1/86. oldal/12. feladat módosítva)

A rendelkezésre álló készülékek páratérének keresztmetszete egyenként  $3 \text{ m}^2$ . Hány készülékre van szükségünk, ha óránként  $9 \text{ tonna}$  vizet kell elpárologtatni  $50662 \text{ Pa}$  nyomáson, és a híg vizes oldat atmoszférikus bepárlásánál megállapított legnagyobb megengedhető párasebesség  $0,8 \text{ m/s}$ ?

	<b>50662 Pa</b>	<b>101325 Pa</b>
$T_{fp} [^\circ\text{C}]$	81,6	100
$\rho_k [\text{kg/m}^3]$	0,3123	0,5977
$\eta_k [\text{Pas}]$	$1,09 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-5}$
$\rho_p [\text{kg/m}^3]$	971	958



### 1.3. Fluidizáció

#### 3.1. feladat

Egy 300 mm átmérőjű oszlop 2 mm átmérőjű gömb alakú részecskékkel van töltve. Nyugalomban a töltött szakasz hossza 900 mm, a részecskék sűrűsége  $1600 \text{ kg/m}^3$ , a relatív hézagterfogat 0,4. Az oszlopba  $1,75 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű  $19 \text{ } \mu\text{Pas}$  viszkozitású gázt áramoltatunk lentről felfelé.

- c) Milyen magas a töltet, ha a gáz tömegárama  $100 \text{ kg/h}$ ?
- d) Mekkora a töltet tömege?
- e) Hány százalékkal nagyobb a nyomásesés az oszlopon  $500 \text{ kg/h}$  tömegáramú gáz esetén, mint  $100 \text{ kg/h}$  tömegáramú gáz esetében?

#### Megoldás:

- a) Milyen magas a töltet, ha a gáz tömegárama  $100 \text{ kg/h}$ ?

A gáz lineáris sebessége

$$V = \frac{m}{k} = \frac{100 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 57,14 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 1,59 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V = A_{\text{oszlop}} \cdot v_0$$

$$v_0 = \frac{V}{A_{\text{oszlop}}} = \frac{V}{\frac{D_{\text{oszlop}}^2}{4}} = \frac{57,14 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{(0,3\text{m})^2 \pi} = 808,4 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 0,225 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reynolds szám

$$Re_m = \frac{d_p \cdot v_0 \cdot k}{\eta} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0,225 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1,9 \cdot 10^{-5} \text{ Pas}} = 41,45$$

Erőegyensúlyban érvényes  $f_m \cdot Re_m^2$  kiszámítása.

$$f_m \cdot Re_m^2 = \frac{d_p^3 \left( \frac{\rho_p}{\rho_k} \right) \cdot g}{2 \cdot \frac{\eta^2}{k}} = \frac{(2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^3 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot (1,9 \cdot 10^{-5} \text{ Pas})^2}$$

$$f_m \cdot Re_m^2 = 3,04 \cdot 10^5$$

A Töltött oszlopok  $f_m Re_m^2 - Re_m$  diagram (9.6. ábra) alapján az aktuális sebességhez számított  $Re_m = 41,45$  balra van az erőegyensúlyban érvényes  $f_m \cdot Re_m^2 = 3,04 \cdot 10^5$  és az  $\varepsilon = 0,4$  görbe metszéspontjától ( $Re_m^* = 125$ ), így a töltet még nyugalomban van.

Nyugalmi szakaszban a töltött oszlop térfogata nem változik, így a töltet magassága  $0,9 \text{ m}$ .

- b) Mekkora a töltet tömege?

A töltet tömegének kiszámításához szükség van a töltet térfogatára, amihez szükség van a redukált töltetmagasságra.

$$L_0 = L (1 - \varepsilon) = 0,9 \text{ m} (1 - 0,4) = 0,54 \text{ m}$$

A töltet térfogata:

$$V_{\text{töltet}} = A_{\text{oszlop}} L_0 = \frac{D_{\text{oszlop}}^2}{4} L_0 = \frac{(0,3 \text{ m})^2}{4} \pi \cdot 0,54 \text{ m} = 3,82 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

A töltet tömege

$$m_{\text{töltet}} = V_{\text{töltet}} \rho = 3,82 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 61 \text{ kg}$$

- c) Hány százalékkal nagyobb a nyomásesés az oszlopon 500 kg/h tömegáramú gáz esetén, mint 100 kg/h tömegáramú gáz esetében?

100 kg/h

Az a) feladatban megállapítottuk, hogy 100 kg/h gázáram esetén a töltet nyugalomban van. Ebben az esetben a tölteten eső nyomásesést az Ergun-formulával tudjuk számítani.

$$p_E = \frac{1}{3} \frac{L}{d_p} \left( 1,75 + \frac{150}{Re_m} \right) v_0^2 \quad k$$

$$p_E = \frac{1}{3} \frac{0,4}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \left( 1,75 + \frac{150}{41,37} \right) \left( 0,225 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot 1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1467 \text{ Pa}$$

500 kg/h

Meg kell határoznunk, hogy ennél a térfogatáramnál a töltet már fluidizál-e.

A gáz lineáris sebessége

$$V' = \frac{m'}{k} = \frac{500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 285,7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 7,94 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$v_0' = \frac{V'}{A_{\text{oszlop}}} = \frac{V'}{\frac{D_{\text{oszlop}}^2}{4}} = \frac{285,7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\frac{(0,3 \text{ m})^2}{4} \pi} = 4042 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 1,123 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reynolds szám

$$Re_m' = \frac{d_p v_0' \rho}{\mu} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1,123 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1,9 \cdot 10^{-5} \text{ Pas}} = 207$$

A Töltött oszlopok  $f_m Re_m^2 - Re_m$  diagram (9.6. ábra) alapján az aktuális sebességhez számított  $Re_m' = 207$  jobbra van az erőegyensúlyban érvényes  $f_m \cdot Re_m^2 = 3,04 \cdot 10^5$  és az  $\varepsilon = 0,4$  görbe metszéspontjától ( $Re_m^* = 125$ ), így a töltet fluidizál.

Fluidizáció alatt a töltet nyomásesése a rácsnyomással egyezik meg.

$$p_{\text{rács}} = L \left( 1 - \frac{\rho_s}{\rho} \right) \rho g = L_0 \left( 1 - \frac{\rho_s}{\rho} \right) \rho g$$

$$p_{\text{rács}} = 0,54 \text{ m} \cdot 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8467 \text{ Pa}$$

A két nyomásesés aránya:

$$x = \frac{p_{\text{rác}}}{p_E} = \frac{8467 \text{ Pa}}{1467 \text{ Pa}} = 5,77$$

Tehát 500 kg/h-s tömegáram esetén a töltet nyomásesése 477%-kal nagyobb, mint 100 kg/h tömegáram esetén.

### 3.2. feladat

Egy 200 mm átmérőjű és 4 m magas oszlopba 2 m magasságig 2 mm átmérőjű, gömb alakú katalizátor részecskéket töltenek ( $\varepsilon = 0,4$ ). A katalizátor sűrűsége  $2500 \text{ kg/m}^3$ . A szemcséket szerves folyadékkal fluidizálják. A folyadék sűrűsége  $800 \text{ kg/m}^3$ , viszkozitása  $6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}$ .

- Határozza meg a fluidizáció kezdeti sebességét és a kihordási sebességet!
- Mekkora lesz a nyomásesés a töltött oszlopon, ha  $2 \text{ m}^3/\text{h}$ , illetve  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  folyadékot táplálnak be?
- Mekkora lesz a töltet magassága a két folyadék áramánál?

#### Megoldás:

- Határozza meg a fluidizáció kezdeti sebességét és a kihordási sebességet!

Erőegyensúlyban érvényes  $f_m \cdot Re_m^2$  kiszámítása.

$$f_m \cdot Re_m^2 = \frac{d_p^3 \left( \frac{\rho_p}{\rho_k} - 1 \right) \rho_k g}{2 \left( \frac{\mu}{d_p} \right)^2} = \frac{(2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^3 \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \left( 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas} \right)^2}$$

$$f_m \cdot Re_m^2 = 1,26 \cdot 10^5$$

Fluidizáció kezdeti sebessége

A Töltött oszlopok  $f_m Re_m^2 - Re_m$  diagram (9.6. ábra) alapján a fluidizáció kezdeti sebességéhez tartozó Reynolds szám az erőegyensúlyban érvényes  $f_m \cdot Re_m^2 = 1,26 \cdot 10^5$  és az  $\varepsilon = 0,4$  görbe metszéspontjában van.

$$Re_m^* = 70$$

A fluidizáció kezdeti sebessége

$$Re_m^* = \frac{d_p \cdot v_0}{\mu}$$

$$v_0^* = \frac{Re_m^* \cdot \mu}{d_p} = \frac{70 \cdot 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 2,325 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kihordási sebesség

A Töltött oszlopok  $f_m Re_m^2 - Re_m$  diagram (9.6. ábra) alapján a kihordási sebességéhez tartozó Reynolds szám az erőegyensúlyban érvényes  $f_m \cdot Re_m^2 = 1,26 \cdot 10^5$  és az  $\varepsilon = 1$  görbe metszéspontjában van.

$$Re_m^{**} = 800$$

A kihordási sebesség

$$v_0^{**} = \frac{Re_m^{**} \cdot \mu}{d_p} = \frac{800 \cdot 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,325 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Mekkora lesz a nyomásesés a töltött oszlopon, ha  $2 \text{ m}^3/\text{h}$ , illetve  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  folyadékot táplálnak be?  
 $2 \text{ m}^3/\text{h}$

Fluidum sebessége

$$v_0 = \frac{V}{A_{\text{oszlop}}} = \frac{V}{\frac{D_{\text{oszlop}}^2}{4}} = \frac{2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\frac{(0,2 \text{ m})^2}{4} \pi 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} = 1,77 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ezt összehasonlítottam az a) feladatban kiszámított sebességekkel a töltet nyugalomban van.

Ha a töltet nyugalomban van, a töltet nyomásesése az Ergun-formulával számítható.

$$Re_m = \frac{d_p v_0}{\mu} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1,77 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}} = 43,57$$

$$p_E = \frac{1}{3} \frac{L}{d_p} \left( 1,75 + \frac{150}{Re_m} \right) v_0^2 \mu$$

$$p_E = \frac{1}{0,4^3} \frac{2 \text{ m}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \left( 1,75 + \frac{150}{43,57} \right) \left( 1,77 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8966 \text{ Pa}$$

$6 \text{ m}^3/\text{h}$

Fluidum sebessége

$$v_0' = \frac{V'}{A_{\text{oszlop}}} = \frac{V'}{\frac{D_{\text{oszlop}}^2}{4}} = \frac{6 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\frac{(0,2 \text{ m})^2}{4} \pi 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} = 5,31 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ezt összehasonlítottam az a) feladatban kiszámított sebességekkel, a töltet fluidizál.

Fluidizáció alatt a töltet nyomásesése rácsnyomással egyenlő.

$$p_{\text{rács}} = L (1 - \epsilon) \rho g = 2 \text{ m} (1 - 0,4) \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

c) Mekkora lesz a töltet magassága a két folyadék áramánál?

$2 \text{ m}^3/\text{h}$

Ekkora térfogatáramnál a töltet nyugalomban van, azaz a töltetmagasság  $2 \text{ m}$ .

$6 \text{ m}^3/\text{h}$

Ekkora térfogatáramnál a töltet fluidizál.

Az aktuális töltetmagasság kiszámításához szükség van a redukált töltetmagasságra.

$$L_0 = L (1 - \epsilon) = 2 \text{ m} (1 - 0,4) = 1,2 \text{ m}$$

Aktuális Reynolds-szám.

$$Re_m' = \frac{d_p v_0'}{\mu} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 5,31 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}} = 130,7$$

A Töltött oszlopok  $f_m Re_m^2 - Re_m$  diagram (9.6. ábra) alapján az erőegyensúlyban érvényes  $f_m Re_m^2 = 1,26 \cdot 10^5$  egyenes  $Re_m' = 130,7$  értéknél az  $\varepsilon' = 0,5$  görbéhez van közel.

Az aktuális töltetmagasság

$$L' = \frac{L_0}{1 - \varepsilon'} = \frac{1,2 \text{ m}}{1 - 0,5} = 2,4 \text{ m}$$

### 3.3. feladat

Egy 260 mm átmérőjű oszlop 2,4 m magasságig 2 mm átmérőjű, gömb alakú kerámia töltettel ( $\rho_p = 2400 \text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon = 0,4$ ) van megtöltve. A töltött oszlop alján 113 kg/h 1 bar nyomású, 20 °C-os levegőáram ( $\eta_k = 0,018 \text{ mPas}$ ) lép be. Mekkora lesz a tölteten a nyomásesés?

### 3.4. feladat (1/86. oldal/13. feladat módosítva)

Folyadékfázisban történő katalitikus reakciót 80 mm átmérőjű töltött oszlopban végzünk. A katalizátor 3 mm átmérőjű 2500 kg/m<sup>3</sup> sűrűségű gömböcskékből áll. A folyadékot alulról felfelé áramoltatjuk ( $\rho_k = 1200 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta_k = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ ). A reakcióhoz 8,5 kg töltetet használunk.

- Határozza meg a kezdeti fluidizációs sebességet! ( $\varepsilon = 0,4$ )
- Határozza meg a kihordási sebességet! ( $\varepsilon = 1$ )
- Határozza meg a súrlódási nyomásesést a tölteten, ha a folyadék sebessége a kihordási sebesség 20%-a!
- Mekkora a töltetmagasság, ha a fluidum sebessége a kezdeti fluidizációs sebesség ötszöröse?
- Mekkora a nyomásesés a tölteten a d) pontban meghatározott folyadéksebességnél, ha a töltet felülről rögzítve van?

### 3.5. feladat (1/86. oldal/15. feladat javítva)

Gyöngypolimert szárítunk levegővel, fluidizációs szárítóban.

- Mennyi a kezdeti fluidizációs sebesség?
- Mennyi a rácsnyomás 2 m redukált töltetmagasság esetén?

$$d_p = 2 \text{ mm} \quad \rho_p = 1150 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_k = 1,061 \text{ kg/m}^3 \quad \varepsilon = 0,4 \quad \eta_k = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pas}$$

### 3.6. feladat

Egy 300 mm belső átmérőjű függőleges oszlop 2,6 m magasságig 0,4 mm átmérőjű részecskékkal van töltve. A részecskék sűrűsége 2100 kg/m<sup>3</sup>, a töltet nyugalmi hézagterfogata 0,4. A töltetre alulról 23,5 kg/h, 1,18 kg/m<sup>3</sup> sűrűségű és 18,5 μPas viszkozitású levegőt vezetünk.

- Mekkora a töltet nyomásesése?
- Mekkora sebességnél kezdődik a fluidizáció?
- Mekkora lesz a töltet hossza és a tölteten létrejövő nyomásesés, ha a kihordási sebesség 50%-val fluidizálunk?

### 3.7. feladat

Egy 275 mm átmérőjű oszlop 1,3 mm átmérőjű gömb alakú részecskékkal van töltve. Nyugalomban a töltött szakasz hossza 600 mm, a töltetrészecskék sűrűsége 1200 kg/m<sup>3</sup>, a relatív hézagterfogat 0,4. Az oszlopba 2 kg/m<sup>3</sup> sűrűségű, 20 μPas dinamikus viszkozitású gázt áramoltatunk lentől felfelé.

- Mekkora a nyomásesése az oszlopon és milyen magas a töltött oszlopszakasz, ha a gáz áramlási sebessége a kezdeti fluidizációs sebesség kétszerese?

- b) Mekkora a nyomásesés az oszlopon és milyen magas a töltött oszlopszakasz, ha a gáz áramlási sebessége a kihordási sebesség 5%-a?

### 3.8. feladat

Egy függőleges, 430 mm belső átmérőjű oszlopban 1,2 mm átmérőjű, gömb alakú részecskékből álló töltet helyezkedik el. A töltet sűrűsége  $2600 \text{ kg/m}^3$ , a nyugalmi relatív hézagterefogat  $0,4$ ; a nyugalmi töltetmagasság  $3 \text{ m}$ . A tölteten keresztül alulról fölfelé  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletű,  $1,5 \text{ bar}$  nyomású levegőt (viszkozitás:  $19,8 \text{ } \mu\text{Pas}$ ; átlagos molekulatömeg:  $29 \text{ g/mol}$ ) áramoltatunk át.

- a) Mekkora lehet a levegő térfogatárama, ha a töltet fluidizál és a relatív hézagterefogat  $0,9$ -nél nem lehet nagyobb?
- b) Mekkora az oszlop nyomásesése, ha a levegő térfogatárama a fent kiszámított,  $\varepsilon = 0,9$ -hez tartozó térfogatáramnak csak a  $25\%$ -a?

### 3.9. feladat

Egy  $250 \text{ mm}$  átmérőjű fluidizációs oszlopreaktor  $2 \text{ m}$  magasságig  $2 \text{ mm}$  átmérőjű, gömb alakú katalizátorral ( $\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon = 0,4$ ) van megtöltve. Az oszlopon  $1,5 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű  $0,023 \text{ mPas}$  viszkozitású gáz halmazállapotú reakcióelegyet vezetnek keresztül.

- a) Milyen tartományban lehet a gáz térfogatárama, ha azt szeretnénk, hogy a töltet fluid állapotban legyen, de a fluidizált töltet magassága ne haladja meg a  $4 \text{ m}$ -t? (25 pont)
- b) Mekkora lenne a nyomásesés az oszlopon  $100 \text{ m}^3/\text{h}$  térfogatáram esetén? (18 pont)
- c) Ha az oszlopba az eddigieken felül még  $18 \text{ kg}$  katalizátort teszünk, mekkora lesz a nyomásesés fluidizáció alatt? (12 pont)

### 3.10. feladat

Egy  $230 \text{ mm}$  átmérőjű,  $3,5 \text{ m}$  magas oszlopba  $49 \text{ kg}$   $2,5 \text{ mm}$  átmérőjű, gömb alakú részecskéket ( $\rho = 1980 \text{ kg/m}^3$ ,  $\varepsilon = 0,4$ ) töltünk. A folyadékot ( $\rho = 1150 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta = 1,35 \text{ mPas}$ ) alulról felfelé áramoltatjuk.

Mekkora a töltetmagasság és a tölteten eső nyomásesés, ha a folyadék sebessége a

- a) kezdeti fluidizációs sebesség négyszerese?
- b) kihordási sebesség  $5\%$ -a?

## **1.4. Szűrés**

### 4.1. feladat

Laborkísérletben  $90 \text{ cm}^2$  felületű szűrőn  $1,95 \text{ bar}$  nyomáskülönbséggel végzett szűrés során a  $20.$  percben  $100 \text{ ml}$ , az  $50.$  percben  $190 \text{ ml}$  volt a szűrlet összmenyisége.

- a) Mennyi idő szükséges a laborban vizsgált anyagból  $3 \text{ m}^3$  leszűréséhez egy sarzsban, ha az üzemi szűrő felülete  $120 \text{ m}^2$ , az üzemben rendelkezésre álló nyomáskülönbség  $2,5 \text{ bar}$ , és az üzemi szűrőben ugyanazt a szűrővászontípust használják, mint amit a laborban használtunk?
- b) Az üzemi szűrőprésem hány sarzsban lenne érdemes leszűrni  $9 \text{ m}^3$  anyagot, ha az állásidő  $12 \text{ perc}$ ?
- c) Mennyi ideig tartana az előző pontban leírt művelet?
- d) A leszűrni kívánt szuszpenzió köbméterenként  $200 \text{ kg}$  szilárd anyagot tartalmaz. Hány százalékig tölti fel egy teljes sarzs leszűrése után visszamaradt szűrőlepeny a  $2 \text{ cm}$  széles kereteket? Feltételezzük, hogy a teljes szilárd anyag mennyiségét kiszűrjük, és a visszamaradt szűrőlepeny sűrűsége  $1600 \text{ kg/m}^3$ .

A szűrlet viszkozitása a laborban  $1,2 \text{ mPas}$ , üzemben  $0,9 \text{ mPas}$ .

### Megoldás

- a) Mennyi idő szükséges a laborban vizsgált anyagból  $3 \text{ m}^3$  leszűréséhez egy sarzsban, ha az üzemi szűrő felülete  $120 \text{ m}^2$ , az üzemben rendelkezésre álló nyomáskülönbség  $2,5 \text{ bar}$ , és az üzemi szűrőben ugyanazt a szűrővázontípust használják, mint amit a laborban használtunk?

Szűrési állandók meghatározása

Kiszámítjuk a  $\Delta t/\Delta V - V$  diagram ábrázolásához szükséges pontokat.

$V$ [ml]	100	190
$t$ [min]	20	50
$V$ [ $\text{m}^3$ ]	$5 \cdot 10^{-5}$	$14,5 \cdot 10^{-5}$
$\Delta t/\Delta V$ [ $\text{s}/\text{m}^3$ ]	$1,2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$

Az  $n$ -dik pont értékeinek kiszámítása az alábbi képletek segítségével történik:

$$V_n = \frac{V_{n-1} + V_n}{2}$$

$$\frac{t}{V_n} = \frac{t_n}{V_n} - \frac{t_{n-1}}{V_{n-1}}$$

Az első pont számításánál feltételezünk egy  $0$ . pontot, a  $t = 0 \text{ min}$  időpontban, amikor  $V = 0 \text{ ml}$ .

Az egyenes meredeksége és ebből az egyik szűrési állandó.

$$a = \frac{t}{V} = \frac{2 \cdot 10^7 \frac{\text{s}}{\text{m}^3}}{14,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^3} - \frac{1,2 \cdot 10^7 \frac{\text{s}}{\text{m}^3}}{5 \cdot 10^{-5} \text{m}^3} = 8,42 \cdot 10^{10} \frac{\text{s}}{\text{m}^6}$$

$$a = \frac{c}{A^2 p}$$

$$c = \frac{a A^2 p}{1} = \frac{8,42 \cdot 10^{10} \frac{\text{s}}{\text{m}^6} (9 \cdot 10^3 \text{m}^2)^2 \cdot 1,95 \cdot 10^5 \text{Pa}}{1,2 \cdot 10^3 \text{Pas}} = 1,11 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{m}^2}$$

Az egyenes tengelymetszetét az egyenes meredekségét és a  $2$ . pont adatait az egyenes egyenletébe visszahelyettesítve kapjuk.

$$\frac{t}{V} = a V + b$$

$$b = \frac{t}{V} - a V = \frac{2 \cdot 10^7 \frac{\text{s}}{\text{m}^3}}{14,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^3} - 8,42 \cdot 10^{10} \frac{\text{s}}{\text{m}^6} \cdot 14,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^3 = 7,79 \cdot 10^6 \frac{\text{s}}{\text{m}^3}$$

$$b = \frac{R_k}{A p}$$

$$R_k = \frac{b A p}{1} = \frac{7,79 \cdot 10^6 \frac{\text{s}}{\text{m}^3} \cdot 9 \cdot 10^3 \text{m}^2 \cdot 1,95 \cdot 10^5 \text{Pa}}{1,2 \cdot 10^3 \text{Pas}} = 1,14 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{m}}$$

Szűrési idő

$$t' = \frac{V'}{p'} - \frac{c}{2} \frac{V'^2}{A'} + R_k \frac{V'}{A'}$$

$$t' = \frac{0,9 \cdot 10^3 \text{ Pas}}{2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}} - \frac{1,11 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{m}^2}}{2} \frac{3 \text{ m}^3}{120 \text{ m}^2}^2 + 1,14 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{m}} \frac{3 \text{ m}^3}{120 \text{ m}^2} = 2274 \text{ s} = 37,9 \text{ min}$$

b) Az üzemi szűrőprésszen hány sarzsban lenne érdemes leszűrni  $9 \text{ m}^3$  anyagot, ha az állásidő 12 perc?

Ki kell számolni az optimális szűrlettérfogatot. A kifejezésben levő gyökös tagot érdemes külön is kiszámolni, mert az szerepel az optimális szűrési időben is.

$$\sqrt{\frac{2 p t'_a}{c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 720 \text{ s}}{0,9 \cdot 10^3 \text{ Pas} \cdot 1,11 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{m}^2}}} = 1,9 \cdot 10^2 \text{ m}$$

$$V_{opt} = A \sqrt{\frac{2 p t'_a}{c}} = 120 \text{ m}^2 \cdot 1,9 \cdot 10^2 \text{ m} = 2,28 \text{ m}^3$$

A sarzsok számát megkapjuk, ha az aktuális térfogatot elosztjuk az optimális szűrlettérfogattal, és az értéket felfelé kerekítjük.

$$n = \frac{V}{V_{opt}} = \frac{9 \text{ m}^3}{2,28 \text{ m}^3} = 3,95 \quad 4$$

c) Mennyi ideig tartana az előző pontban leírt művelet?

A b) pont eredménye alapján 3,95 sarzsban lehet leszűrni  $9 \text{ m}^3$  anyagot. Ez azt jelenti, hogy lenne három teljes sarzs, amelyek után egy-egy állásidőt be kell számolni, valamint az utolsó, nem teljes sarzs idejét meg kell határozni, és a végén illik elmosogatni, így lesz még egy állásidő.

$$t_{összes} = 3 t_{opt} + t_{maradék} + 4 t'_a$$

Az optimális szűrési idő:

$$t_{opt} = t'_a + R_k \frac{c}{p} \sqrt{\frac{2 p t'_a}{c}} = 720 \text{ s} + 1,14 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{m}} \frac{0,9 \cdot 10^3 \text{ Pas}}{2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \cdot 1,9 \cdot 10^2 \text{ m} = 1500 \text{ s} = 25 \text{ min}$$

A negyedik sarzsra megmaradt anyag térfogata:

$$V_{maradék} = V - 3 V_{opt} = 9 \text{ m}^3 - 3 \cdot 2,28 \text{ m}^3 = 2,16 \text{ m}^3$$

A negyedik, nem teljes sarzs szűrési ideje:

$$t_{maradék} = \frac{V_{maradék}}{p} - \frac{c}{2} \frac{V_{maradék}^2}{A} + R_k \frac{V_{maradék}}{A}$$

$$t_{maradék} = \frac{0,9 \cdot 10^3 \text{ Pas}}{2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}} - \frac{1,11 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{m}^2}}{2} \frac{2,16 \text{ m}^3}{120 \text{ m}^2}^2 + 1,14 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{m}} \frac{2,16 \text{ m}^3}{120 \text{ m}^2} = 1386 \text{ s}$$

Az összes szűrési idő:

$$t_{összes} = 3 t_{opt} + t_{maradék} + 4 t'_a = 3 \cdot 1500 \text{ s} + 1386 \text{ s} + 4 \cdot 720 \text{ s} = 8766 \text{ s} = 146,1 \text{ min} = 2,435 \text{ h}$$



A gyakorlatban 4 egyenlő részletben történik a szűrés, a szükséges idő kisebb a fentebb számítottnál (mivel nem teljesül, hogy  $V \gg V_{opt}$ ), de az eltérés elhanyagolható.

- d) A leszűrni kívánt szuszpenzió köbméterenként 200 kg szilárd anyagot tartalmaz. Hány százaléig tölti fel egy teljes sarzs leszűrése után visszamaradt szűrőlepény a 2 cm széles kereteket? Feltételezzük, hogy a teljes szilárd anyag mennyiségét kiszűrjük, és a visszamaradt szűrőlepény sűrűsége  $1600 \text{ kg/m}^3$ .

A  $V_{opt} = 2,28 \text{ m}^3$  szűrletből visszamaradt szűrőlepény tömege:

$$m_{lepény} = V_{opt} \cdot c = 2,28 \text{ m}^3 \cdot 200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 456 \text{ kg}$$

A szűrőlepény térfogata:

$$V_{lepény} = \frac{m_{lepény}}{\rho_{lepény}} = \frac{456 \text{ kg}}{1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,285 \text{ m}^3$$

Adott szűrőfelületen a lepény magassága:

$$V_{lepény} = h_{lepény} \cdot A$$

$$h_{lepény} = \frac{V_{lepény}}{A} = \frac{0,285 \text{ m}^3}{120 \text{ m}^2} = 2,375 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,2375 \text{ cm}$$

A kitöltés százalékánál figyelembe kell venni, hogy a keret két oldalán képződik szűrőlepény.

$$x = \frac{2 \cdot h_{lepény}}{h_{keret}} = \frac{2 \cdot 2,375 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0,02 \text{ m}} = 0,2375$$

Tehát egy sarzs 23,75%-ban tölti meg a szűrőkereteket.

#### 4.2. feladat

Egy  $1600 \text{ cm}^2$  szűrőfelületű keretes szűrőpréson  $7,848 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  nyomáskülönbség mellett, krétapor szűrése közben a következő adatokat mérték:

<b>V [liter]</b>	5	10	15	20	25	30
<b>t [min]</b>	0,8	1,8	3,05	4,55	6,25	8,15

A szűrlet dinamikai viszkozitása  $10^{-3} \text{ Pas}$ .

- Határozza meg a szűrési állandókat!
- Mennyi ideig tart leszűrni 500 l anyagot egy  $1 \text{ m}^2$  szűrőfelületű szűrőpréson  $1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomáskülönbség mellett?
- Az eredeti szűrőpréson hány sarzsban lenne érdemes leszűrni 100 l anyagot, ha az állásidő 6 perc?
- Mennyi ideig tartana a c) pontban leírt művelet?
- A leszűrni kívánt szuszpenzió köbméterenként 90 kg krétaport tartalmaz. Hány százaléig tölti fel egy teljes sarzs leszűrése után visszamaradt szűrőlepény a 3 cm széles kereteket, ha egy keret, illetve két bordázott részt használunk? Feltételezzük, hogy a teljes kréтамennyiséget kiszűrjük, és a visszamaradt szűrőlepény sűrűsége  $1700 \text{ kg/m}^3$ .

#### 4.3. feladat (1/96. oldal/1. feladat)

Egy  $177 \text{ cm}^2$  szűrőfelületű laboratóriumi szűrőberendezésen  $7,466 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  nyomáskülönbség mellett a következő adatokat mérték:

$V [\text{m}^3]$	0,001	0,002	0,003	0,004
$t [\text{min}]$	2,7	6,1	10,1	14,7

A szűrlet dinamikai viszkozitása  $10^{-3} \text{ Pas}$ .

Mennyi idő alatt szűrhető le  $2,4 \text{ m}^3$  ugyanilyen zagy egy  $1,2 \text{ m}^2$  felületű ipari szűrőn  $1,765 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomáskülönbség mellett, melyen hasonló szűrővásznat használunk?

#### 4.4. feladat

Egy  $40 \text{ dm}^2$ -es laboratóriumi szűrőn,  $70000 \text{ Pa}$  nyomáskülönbség mellett, az alábbi adatokat mérték:

$V [\text{dm}^3]$	10	30
$t [\text{s}]$	105,5	469,5

- Számítsa ki a szűrési konstansokat!
- Számítsa ki az optimális szűrletterfogatot!
- Számítsa ki az optimális szűrési időt! Mennyi idő alatt dolgozna fel  $390 \text{ dm}^3$  anyagot?

A szűrlet viszkozitása  $0,8 \text{ mPas}$ , állásidő  $4,5$  perc

### **1.5. Keverés**

#### 5.1. feladat (1/54. oldal/1. feladat)

Egy  $30^\circ\text{C}$ -os olajsuszpenzió fenntartását  $0,1 \text{ m}$  átmérőjű négylapátos,  $60^\circ$ -os szöget bezáró keverővel valósítják meg. Számítsa a keverőmotor teljesítményszükségletét, ha a mérések szerint  $540 \text{ 1/min}$  fordulatszámú keverés kielégítő, és a transzmisszió hatásfoka  $80\%$ ! A szuszpenzió sűrűsége  $850 \text{ kg/m}^3$ , dinamikai viszkozitása  $10^{-2} \text{ Pas}$ .

#### Megoldás

Keverési Reynolds szám

$$Re_k = \frac{d^2 n}{\nu} = \frac{(0,1\text{m})^2 \cdot 540 \frac{1}{\text{min}} \cdot 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,01\text{Pas} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} = 7650$$

A keverési Euler szám meghatározásához le kell olvasni a négylapátos,  $60^\circ$ -os szöget bezáró keverő állandói a *Különböző keverőtípusok teljesítményszámításának konstansai táblázatból* (9.1. táblázat):  $A = 6,3$ ;  $l = 0,18$ .

$$Eu_k = \frac{A}{Re_k^l} = \frac{6,3}{(7650)^{0,18}} = 1,26$$

$$\text{Teljesítményszükséglet } Eu_k = \frac{P}{d^5 n^3}$$

$$P = Eu_k d^5 n^3 = 1,26 (0,1 \text{ m})^5 \frac{540 \frac{1}{\text{min}}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}^3 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7,8 \text{ W}$$

Valós teljesítményszükséglet

$$P_{\text{valós}} = \frac{P}{\text{hatásfok}} = \frac{7,8 \text{ W}}{0,8} = 9,76 \text{ W}$$

#### 5.2. feladat (1/56. oldal/4. feladat)

Középolajfrakciót szulfoklórozás előtt négykarú horgonykeverővel való keverés közben melegítenek fel. Számítsa ki a keverőmotor maximális teljesítményszükségletét, ha indításkor az üzemi teljesítményszükséglet háromszorosa lép fel!

$$d = 1 \text{ m} \quad \rho = 800 \text{ kg/m}^3 \quad \text{hatásfok} = 0,8 \quad n = 90 \text{ 1/min} \quad \eta = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Pas}$$

#### 5.3. feladat (1/58. oldal/2. feladat)

Egy 60%-os cukoroldat keveréséhez milyen teljesítményű motort használjunk, ha a motor  $\cos\phi$ -je 0,83, a transzmisszió hatásfoka 0,75, az oldat viszkozitása  $1,5 \cdot 10^{-2}$  Pas, sűrűsége  $1260 \text{ kg/m}^3$ . A keverő átmérője 150 mm, fordulatszáma 480 1/min. Mennyi lesz a motor által felvett teljesítmény, ha a keverő fordulatszámát 600 1/min-re növeljük?

$$Eu_k = \frac{6}{Re_k^{0,18}}$$

#### 5.4. feladat

Milyen hatásfokkal történik a keverés abban a kétkarú horgonykeverővel ellátott tartályban, amelyben 80 1/min fordulatszámmal  $960 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű és 0,6 Pas dinamikus viszkozitású anyagot keverünk. A lapát átmérője 1,2 m, a motor teljesítményfelvétele 6,75 kW.

#### 5.5. feladat (1/56. oldal/3. feladat)

Egy 30 cm átmérőjű hatlapátos vezetőkerekes turbinakeverővel 60 1/min fordulatszámmal víznek tekinthető fermentlevet keverünk. A motor 80%-os hatásfokkal üzemel.

Milyen teljesítményű motorra van szükség?

## 2. Eredmények

### 2.1. Áramlástan

#### 1.3. feladat

$$L_{e,szelep} = 12 \text{ m}; \quad L_{e,könyök} = 0,7 \text{ m}; \quad L_{összes} = 44,1 \text{ m}; \quad v_2 = 1,3 \text{ m/s}; \quad \varepsilon/D = 4,5 \cdot 10^{-3}; \quad f = 0,033;$$
$$\Delta p_{szivattyú} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad P = 261 \text{ W}$$

#### 1.4. feladat

a)  $h_0' = 1,78 \text{ m}; h_1' = 0,51 \text{ m}; t = 67,1 \text{ s}$  (szabad kifolyás)

b)  $L_{e,szelep} = 14 \text{ m}; L_{e,könyök} = 0,8 \text{ m}; L_{összes} = 31,6 \text{ m}$

c)  $\varepsilon/D = 6,5 \cdot 10^{-3}; v = 2,28 \text{ m/s}$

d)  $\Delta h = 1,38 \text{ m}$

e)  $h_0 = 1,38 \text{ m}; h_1 = 0 \text{ m}; t = 331,5 \text{ s}$

#### 1.5. feladat

$$v_2 = 2,91 \text{ m/s}; \quad L_{e,szelep} = 8 \text{ m}; \quad L_{e,könyök} = 0,55 \text{ m}; \quad L_{összes} = 115,3 \text{ m}; \quad \varepsilon/D = 1,9 \cdot 10^{-3}; \quad f = 0,035;$$
$$\Delta p_{szivattyú} = 9,77 \cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad P = 3,26 \text{ kW}$$

#### 1.6. feladat

$$\varepsilon/D = 1,25 \cdot 10^{-3}; \quad v_2 = 1,6 \text{ m/s}; \quad V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

#### 1.7. feladat

$$L_{e,szelep} = 6,5 \text{ m}; \quad L_{e,könyök} = 0,4 \text{ m}; \quad L_{összes} = 46,6 \text{ m}; \quad \varepsilon/D = 0,015; \quad v_2 = 2,28 \text{ m/s}; \quad V = 7,17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s};$$
$$v_{ki} = 2,54 \text{ m/s}; \quad h_A = 0,33 \text{ m}$$

#### 1.8. feladat

a)  $L_{e,szelep} = 6,5 \text{ m}; L_{e,könyök} = 0,4 \text{ m}; L_{összes} = 39,6 \text{ m}; \quad \varepsilon/D = 0,015; \quad v_2 = 2,19 \text{ m/s};$

$$V = 6,88 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}; \quad V = 2,48 \text{ m}^3$$

b)  $L_{összes} = 42,6 \text{ m}; \quad v = 1,77 \text{ m/s}; \quad f = 0,045; \quad p_1 = 4,66 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

c)  $L_{összes} = 39,6 \text{ m}; \quad v_2 = 2,66 \text{ m/s}; \quad h = 0,36 \text{ m}$

d)  $v = 2,65 \text{ m/s}; \quad f = 0,044; \quad H = 12,13 \text{ m}$

#### 1.9. feladat

a)  $h_0 = 1,768 \text{ m}; \quad h_1 = 0,768 \text{ m}; \quad t = 170 \text{ s}$

b)  $\varepsilon/D = 4 \cdot 10^{-3}; \quad L_{e,szelep} = 14 \text{ m}; \quad L_{összes} = 30 \text{ m}; \quad v = 1,18 \text{ m/s}$

c)  $v = 0,79 \text{ m/s}$

#### 1.10. feladat

$$\varepsilon/D = 8 \cdot 10^{-3}; \quad L_{e,szelep} = 6,7 \text{ m}; \quad L_{e,könyök} = 0,4 \text{ m}; \quad L_{összes} = 107,9 \text{ m}; \quad v = 1,07 \text{ m/s}$$

### 1.11. feladat

$$v = 1,57 \text{ m/s}; \quad \varepsilon/D = 6,3 \cdot 10^{-4}; \quad f = 0,0215; \quad L_{e,szelep} = 25 \text{ m}; \quad L_{e,könyök} = 1,4 \text{ m}; \quad L_{összes} = 169 \text{ m}; \\ \Delta p_{szivattyú} = 3,55 \cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad P = 4110 \text{ W}$$

### 1.12. feladat

a)  $\varepsilon/D = 4 \cdot 10^{-5}; L_{e,szelep} = 14 \text{ m}; L_{e,könyök} = 0,8 \text{ m}; L_{összes} = 42,6 \text{ m}; v = 2,49 \text{ m/s}; h_B = 0,44 \text{ m}$   
b)  $h_I = 0,26 \text{ m}; t = 53,2 \text{ s}$

### 1.13. feladat

a)  $\varepsilon/D = 1,1 \cdot 10^{-2}; L_{e,szelep} = 8,5 \text{ m}; L_{e,könyök} = 0,5 \text{ m}; L_{összes} = 45,5 \text{ m}; v = 0,98 \text{ m/s}; h_B = 0,37 \text{ m}$   
b)  $p_3 = 2,54 \cdot 10^5 \text{ Pa}; A$  manométer  $1,54 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomást mutat.

## 2.2. Ütepités

### 2.4. feladat

a)  $B = 2,9 \cdot 10^4 \text{ l/m}; F(d) = 0,58; F(v) = 0,014; v = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}; V = 33,32 \text{ m}^3/\text{h}$   
b)  $v = 6,67 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; F(v) = 2,53; F(d) = 13; d_p \geq 4,48 \cdot 10^{-4} \text{ m}$   
c)  $F(d) = 4,35; F(v) = 0,6; v = 1,58 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; n = 3,22 \approx 4$

### 2.5. feladat

a)  $B_{szén} = 1,39 \cdot 10^4 \text{ l/m}; F(d)_{szén} = 20,79; F(v)_{szén} = 4,2; B_{meddő} = 2,8 \cdot 10^4 \text{ l/m}; F(d)_{meddő} = 33,56; \\ F(v)_{meddő} = 6,5; 0,054 \text{ m/s} < v < 0,17 \text{ m/s}$   
b)  $F(v)_{meddő} = 2,07; F(d)_{meddő} = 10,5; d_{p,meddő,min} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

### 2.6. feladat

$$B_N = 3,73 \cdot 10^4 \text{ l/m}; \quad F(v)_N = 0,667; \quad F(d)_N = 4,6; \quad d_p \leq 1,23 \cdot 10^{-4} \text{ m}; \quad B' = 2,69 \cdot 10^4 \text{ l/m}; \quad F(d)' = 3,31; \\ F(v)' = 0,4; \quad v' = 0,67 \text{ m/s}; \quad V = 1,34 \text{ m}^3/\text{s}; \quad m = 830 \text{ kg/h};$$

### 2.7. feladat

a)  $B = 2,87 \cdot 10^4 \text{ l/m}; F(d) = 1,433; F(v) = 0,0856; v = 2,46 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}; n = 3,52 \approx 4$   
b)  $A = 45 \text{ m}^2; V = 0,2 \text{ m}^3/\text{s}; v = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}; F(v) = 0,155; F(d) = 1,93; d_p \geq 6,72 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

### 2.8. feladat

a)  $B = 2,57 \cdot 10^4 \text{ l/m}; F(d) = 18; F(v) = 3,5; v = 8,99 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; A = 6,18 \text{ m}^2$   
b)  $B = 1,58 \cdot 10^4 \text{ l/m}; F(v) = 5,69; F(d) = 28; d_p \geq 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

### 2.9. feladat

$$B_{\text{anion}} = 1,33 \cdot 10^4 \text{ l/m}; \quad F(d)_{\text{anion}} = 15,96; \quad F(v)_{\text{anion}} = 3,3; \quad v_{\text{anion}} = 0,044 \text{ m/s}; \quad B_{\text{kation}} = 1,61 \cdot 10^4 \text{ l/m}; \\ F(d)_{\text{kation}} = 19,34; \quad F(v)_{\text{kation}} = 4; \quad v_{\text{kation}} = 0,064 \text{ m/s}; \quad 8,64 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} < V < 1,26 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

### 2.10. feladat

$$B_{\text{szén}} = 1,51 \cdot 10^4 \text{ l/m}; \quad F(d)_{\text{szén}} = 30,17; \quad F(v)_{\text{szén}} = 6; \quad B_{\text{meddő}} = 2,83 \cdot 10^4 \text{ l/m}; \quad F(d)_{\text{meddő}} = 42,45; \\ F(v)_{\text{meddő}} = 8,1; \quad 0,086 \text{ m/s} < v < 0,22 \text{ m/s}$$

### 2.11. feladat

- a)  $B_A = 3,4 \cdot 10^4$  1/m;  $F(d)_A = 20,4$ ;  $F(v)_A = 4,1$ ;  $v_A = 0,14$  m/s  
b)  $B_B = 2,36 \cdot 10^4$  1/m;  $F(v)_B = 5,90$ ;  $F(d)_B = 29$ ;  $d_{p,B} \geq 1,23 \cdot 10^{-3}$  m

### 2.12. feladat

$$B = 3,73 \cdot 10^4 \text{ 1/m}; \quad F(v) = 1,07; \quad F(d) = 6,2; \quad d_p = 1,66 \cdot 10^{-4} \text{ m}; \quad B' = 3,21 \cdot 10^4 \text{ 1/m}; \quad F(d)' = 5,34;$$
$$F(v)' = 0,85; \quad v' = 0,96 \text{ m/s}; \quad V' = 8 \text{ m}^3/\text{s}; \quad A_{\text{összes}} = 8,33 \text{ m}^2; \quad n = 3$$

## **2.3. Fluidizáció**

### 3.3. feladat

$\rho_k = 1,19 \text{ kg/m}^3$ ;  $v_0 = 0,5 \text{ m/s}$ ; erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 3,46 \cdot 10^5$ ; A töltet nyugalomban van.  
 $\Delta p = 1,03 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

### 3.4. feladat

- a) erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 1,43 \cdot 10^5$ ;  $Re_m^* = 75$ ;  $v_0^* = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$   
b)  $Re_m^{**} = 800$ ;  $v_0^{**} = 0,267 \text{ m/s}$   
c)  $v_0 = 5,34 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ ; A töltet fluidizál.  $L_0 = 0,68 \text{ m}$ ;  $\Delta p = 8,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$   
d)  $v_0 = 0,125 \text{ m/s}$ ;  $Re_m = 375$ ;  $\varepsilon = 0,8$ ;  $L = 3,38 \text{ m}$   
e) A töltet nem fluidizál.  $\varepsilon = 0,4$ ;  $L = 1,13 \text{ m}$ ;  $\Delta p = 1,31 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

### 3.5. feladat

- a) erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 1,2 \cdot 10^5$ ;  $Re_m^* = 68$ ;  $v_0^* = 0,64 \text{ m/s}$   
b)  $\Delta p_{\text{rács}} = 2,25 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

### 3.6. feladat

- a) erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 2,27 \cdot 10^3$ ;  $v_0 = 7,83 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ ;  $Re_m = 2$ ; A töltet nyugalomban van.  
 $\Delta p = 2,06 \cdot 10^4 \text{ Pa}$   
b)  $Re_m^* = 3,7$ ;  $v_0^* = 0,145 \text{ m/s}$   
c)  $Re_m^{**} = 65$ ;  $v_0^{**} = 2,55 \text{ m/s}$ ;  $v_0 = 1,275 \text{ m/s}$ ;  $Re_m = 32,53$ ; A töltet fluidizál.  $\varepsilon = 0,8$ ;  $L = 7,8 \text{ m}$ ;  
 $\Delta p = 3,21 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

### 3.7. feladat

- a) erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 6,45 \cdot 10^4$ ;  $Re_m^* = 45$ ;  $v_0^* = 0,346 \text{ m/s}$ ;  $v_0 = 0,69 \text{ m/s}$ ;  $Re_m = 90$ ; A töltet fluidizál.  $\varepsilon = 0,53$ ;  $L = 0,77 \text{ m}$ ;  $\Delta p = 4,23 \cdot 10^3 \text{ Pa}$   
b)  $Re_m^{**} = 520$ ;  $v_0^{**} = 4 \text{ m/s}$ ;  $v_0 = 0,2 \text{ m/s}$ ;  $Re_m = 26$ ; A töltet nyugalomban van.  $L = 0,6 \text{ m}$ ;  
 $\Delta p = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

### 3.8. feladat

- a)  $\rho_k = 1,57 \text{ kg/m}^3$ ; erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 8,83 \cdot 10^4$ ;  $Re_m^* = 58$ ;  $v_0^* = 0,61 \text{ m/s}$ ;  $Re_m(\varepsilon=0,9) = 420$ ;  
 $v_0(\varepsilon=0,9) = 4,41 \text{ m/s}$ ;  $319 \text{ m}^3/\text{h} < V < 2304 \text{ m}^3/\text{h}$   
b)  $v_0 = 1,1 \text{ m/s}$ ; A töltet fluidizál.  $\Delta p = 4,59 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

### 3.9. feladat

- a) erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 2 \cdot 10^5$ ;  $Re_m^* = 98$ ;  $v_0^* = 0,75$  m/s;  $L_0 = 1,2$  m;  $\varepsilon = 0,7$ ;  $Re_m(\varepsilon=0,7) = 350$ ;  
 $v_0(\varepsilon=0,9) = 2,68$  m/s;  $132,5$  m<sup>3</sup>/h <  $V$  <  $473,6$  m<sup>3</sup>/h
- b)  $v_0 = 0,57$  m/s;  $Re_m = 74,3$ ;  $\Delta p = 1,35 \cdot 10^4$  Pa
- c)  $V_{t,+} = 0,01$  m<sup>3</sup>;  $L_{0,+} = 0,2$  m;  $L_{0,új} = 1,4$  m;  $\Delta p_{rács,új} = 2,47 \cdot 10^4$  Pa

### 3.10. feladat

- a) erőegyensúlyban  $f_m Re_m^2 = 4 \cdot 10^4$ ;  $Re_m^* = 33$ ;  $v_0^* = 1,55 \cdot 10^{-2}$  m/s;  $v_0 = 0,062$  m/s;  $Re_m = 132$ ; A töltet fluidizál.  $\varepsilon = 0,68$ ;  $V_t = 2,47 \cdot 10^{-2}$  m<sup>3</sup>;  $L_0 = 0,6$  m;  $L = 1,875$  m;  $\Delta p = 4,9 \cdot 10^3$  Pa
- b)  $Re_m^{**} = 380$ ;  $v_0^{**} = 0,178$  m/s;  $v_0 = 8,9 \cdot 10^{-3}$  m/s;  $Re_m = 19$ ; A töltet nyugalomban van.  $L = 1$  m;  $\Delta p = 2,21 \cdot 10^3$  Pa

## **2.4. Szűrés**

### 4.2. feladat

- a)  $\alpha c = 1,125 \cdot 10^{12}$  1/m<sup>2</sup>;  $R_k = 9,8 \cdot 10^{10}$  1/m
- b)  $t = 1185$  s
- c)  $V_{opt} = 0,036$  m<sup>3</sup>;  $n = 2,78 \approx 3$
- d)  $t_{opt} = 640$  s;  $V_{maradék} = 0,028$  m<sup>3</sup>;  $t_{maradék} = 438$  s;  $t_{összes} = 2798$  s =  $46,64$  min
- e)  $m_{lepény} = 3,24$  kg;  $V_{lepény} = 1,9 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>;  $h_{lepény} = 0,012$  m;  $x = 0,8$

### 4.3. feladat

$$\alpha c = 8,42 \cdot 10^{11} \text{ 1/m}^2; R_k = 1,98 \cdot 10^{11} \text{ 1/m}; t = 3,27 \text{ h}$$

### 4.4. feladat

- a)  $\alpha c = 7,14 \cdot 10^{12}$  1/m<sup>2</sup>;  $R_k = 2,8 \cdot 10^{11}$  1/m
- b)  $V_{opt} = 3,25 \cdot 10^{-2}$  m<sup>3</sup>
- c)  $t_{opt} = 530$  s;  $n = 12$ ;  $t_{összes} = 9600$  s =  $2,67$  h

## **2.5. Keverés**

### 5.2. feladat

$$Re_k = 8 \cdot 10^4; A = 6,0; l = 0,25; Eu_k = 0,357; P = 964 \text{ W}; P_{valódi} = 1205 \text{ W}; P_{max} = 3,6 \text{ kW}$$

### 5.3. feladat

$$Re_k = 15120; Eu_k = 1,06; P = 52 \text{ W}; P_{valódi} = 83,52 \text{ W}$$
$$Re'_k = 18900; Eu'_k = 1,02; P' = 97,6 \text{ W}; P'_{valódi} = 156,8 \text{ W}$$

### 5.4. feladat

$$Re_k = 3071; Eu_k = 0,833; P = 4713 \text{ W}; \text{hatásfok} = 0,7$$

### 5.5. feladat

$$Re_k = 9 \cdot 10^4; Eu_k = 1,08; P = 2,62 \text{ W}; P_{valódi} = 3,28 \text{ W}$$